

JOURNAL
INTERNATIONAL
D'ACOUSTIQUE
sous le patronage
du Groupement des Acousticiens
de Langue Française

INTERNATIONAL
JOURNAL
ON ACOUSTICS
sponsored by the Acoustics Group
of the Physical Society
(Great Britain)

INTERNATIONALE
AKUSTISCHE
ZEITSCHRIFT
unter Mitwirkung
des Verbandes Deutscher
Physikalischer Gesellschaften

ACUSTICA

edited by
Prof. Dr. M. GRÜTZMACHER
editor-in-chief
BRAUNSCHWEIG

publié par
Dr. F. CANAC
MARSEILLE

Prof. Dr. E. G. RICHARDSON
NEWCASTLE UPON TYNE

herausgegeben von
Prof. Dr. E. MEYER
GÖTTINGEN

assisté par

assisted by

unter Mitarbeit von

Prof. W. FURRER, Bern; Prof. Dr. A. GIACOMINI, Roma; Prof. Dr. J. HOLTSMARK, Oslo;
Prof. Dr. F. INGERSLEV, København; Prof. Dr. A. VAN ITTERBEEK, Leuven; Prof. Dr. C. W. KOSTEN, Delft

Managing editor: F. RÜHMANN, Karlsruhe

S. HIRZEL VERLAG · STUTTGART

Vol. 7

1957

LONGITUDINAL VIBRATION MEASUREMENTS IN THE MEGACYCLE RANGE MADE BY ELECTROSTATIC DRIVE AND FREQUENCY-MODULATION DETECTION

by P. G. BORDONI and M. NUOVO

Istituto Nazionale di Ultracustica O. M. Corbino, Rome

Summary

An apparatus is described, which extends to the longitudinal vibrations of plates the electrostatic drive and frequency-modulation detection technique formerly used to measure the natural resonant frequencies of flexural, extensional, and torsional vibrations. The frequency range of the present equipment is about 20 times wider than those of all previous apparatus. Details are given of the frequency-modulation and detection circuits used, together with typical data upon their sensitivity and signal-to-noise ratio.

The behaviour of the apparatus is checked in a practical case, for measuring the frequencies of the first eleven longitudinal modes, for an aluminium plate, in the range from 0.5 up to 5.5 Mc/s.

Sommaire

On décrit un appareil qui permet d'étendre au cas des vibrations longitudinales des plaques la technique d'excitation électrostatique et de détection par modulation en fréquence qui est déjà employée dans la mesure des fréquences propres de résonance des vibrations de flexion, de tension et de torsion. Le présent appareil a une gamme de fréquence environ 20 fois plus étendue que tous les appareils antérieurs. On donne le détail des circuits de modulation en fréquence et de détection qui sont utilisés, ainsi que des chiffres caractérisant la sensibilité et le rapport signal/bruit.

On vérifie le fonctionnement de l'appareil dans un cas pratique, en mesurant les fréquences des onze premiers modes longitudinaux d'une plaque d'aluminium dans la gamme de 0,5 à 5,5 MHz.

Zusammenfassung

Es wird eine Apparatur beschrieben, mit deren Hilfe man die bisher für die Messung von Biege-, Dehn- und Torsionseigenschwingungen benutzte Technik der elektrostatischen Anregung und des Frequenzmodulationsempfangs auf die Messungen von Longitudinal-schwingungen ausdehnen kann. Der Frequenzbereich der Meßanordnung ist 20mal größer als bei allen bisher benutzten Apparaturen. Es werden Einzelheiten über die Modulations- und Empfangsschaltungen sowie Daten über Empfindlichkeit und Rauschen angegeben.

Durch Messung der ersten elf Longitudinaleigenschwingungen einer Aluminiumplatte im Bereich von 0,5 bis 5,5 MHz wurde die Meßapparatur einer praktischen Prüfung unterzogen.

1. Introduction

An experimental method was described some years ago, using electrostatic drive and frequency-modulation detection, for rapid and accurate measurements of the natural resonant frequencies of specimens in the form of bars vibrating in their extensional and flexural modes [1]. This method has been employed in several investigations on the elastic and anelastic behaviour of metals [2]—[12], and non-metallic materials [13]—[16].

One of the main features of the method is that it measures directly the vibration amplitude through the frequency-modulation of a high-frequency oscillator; its use becomes therefore more and more

difficult when the frequency is raised. In fact when two specimens are in the similitude ratio m , the wavelengths of the extensional modes are in the ratio m , and — for a given value of the quality factor Q — the ratio between vibration amplitudes is also m . The decrease of vibration amplitude with wavelength is even larger when the succession of extensional modes of a given specimen is considered: for a given Q , the amplitude ratio is then m^2 .

It must be added that to obtain a satisfactory detection of the frequency-modulated signal, the high-frequency oscillator must work at many times the highest vibration frequency to be measured. This can give rise to some trouble, as its tuning

capacitance is mainly formed by the capacitance between the specimen and the driving electrode, and it is difficult to avoid appreciable high-frequency losses.

In the first measurements the vibration frequencies were not larger than 50 kc/s; a higher limit was successively reached by H. PURSEY and E. C. PYETT [17] and by the authors [18]. The former used a short-circuited quarter-wavelength line as the resonant circuit, and succeeded in measuring natural frequencies as high as 250 kc/s for extensional vibrations. The latter obtained the same result by means of a conventional resonant circuit, and applied the same method to torsional vibrations, or to the more complex ones which take place in spheres and rings.

A more substantial widening of the experimental field has recently been obtained by means of the apparatus described in the present paper. Longitudinal vibrations of thin plates have been excited for the first time by electrostatic drive and their natural frequencies measured up to 5.5 Mc/s. Hence in the megacycle range the resonance measurements and the pulse technique now overlap, and the elastic behaviour of solids can be followed through the whole ultrasonic range, without any frequency gap, comparing the results obtained with short pulses and continuous standing waves.

the dielectric gap between specimen and electrode, it was found convenient to cement the latter to the mica by means of a conducting cement. As the mechanical contact between the specimen and the mica is very poor, owing to small irregularities in their surfaces, the vibrations of the specimen are not appreciably altered by the electrode, as has been shown in a previous paper [18]. A second electrode, considerably larger in diameter than the first, is pressed on the other face of the specimen, being insulated from it in the same way. The general disposition of the specimen and its electrodes is shown in Fig. 1, while typical values of their mechanical and electrical parameters are given in Table I. It must be observed that the electrical capacitances between electrodes and specimen are not in the same ratio as their surfaces, even when the mica has the same thickness for both. This is obviously due to the larger effect that a small curvature of the surface has on the larger electrode, increasing its average distance from the specimen.

Vibrations are excited by an alternating voltage applied between the specimen and the main conical electrode or the larger auxiliary electrode. It has been proved that the use of an alternating voltage, without any d.c. polarisation, does not reduce the maximum driving force which can be obtained with a dielectric of given strength [1]. For a thin sheet of

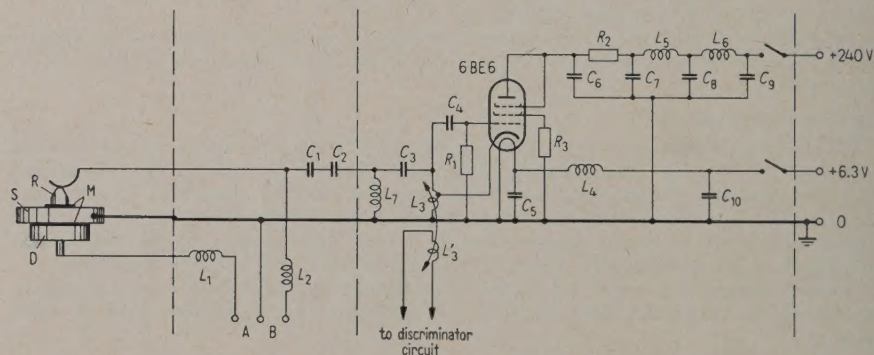


Fig. 1. Wiring diagram of H.F. oscillator; D Driving electrode, S Specimen (aluminium plate), R Pick-up electrode, M Mica 0.02 mm thickness, A, B Driving voltage input terminals. $R_1 = 50 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 2 \Omega$; $C_1 = 100 \text{ pF}$, $C_2 = 100 \text{ pF}$, $C_3 = 40 \text{ pF}$, $C_4 = 50 \text{ pF}$, $C_5 = 2000 \text{ pF}$, $C_6 = 0.01 \mu\text{F}$, $C_7 = 0.01 \mu\text{F}$, $C_8 = 0.01 \mu\text{F}$, $C_9 = 0.01 \mu\text{F}$, $C_{10} = 2000 \text{ pF}$; $L_1 = 8 \mu\text{H}$, $L_2 = 8 \mu\text{H}$, $L_3 = 2 \text{ turns}$, 16 mm diameter, $L_4 = 2 \text{ turns}$, 16 mm diameter, $L_5 = 5 \mu\text{H}$, $L_6 = 3 \mu\text{H}$, $L_7 = 5 \mu\text{H}$.

2. Experimental apparatus

To measure the velocity of longitudinal waves a convenient shape for the specimen is that of a circular plate. A small conical electrode is pressed on one face of the plate, near its centre, and is insulated from it by a thin sheet of mica. To reduce

mica of $2 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$ thickness the sparking potential has a value¹ between 300 and 440 V. In fact it has been found possible to use driving voltages as

¹ See for instance the Handbook of Chemistry and Physics, Chemical Rubber Publ. Co. Ed., Cleveland 1948, 30 ed., p. 1942.

Table I
Characteristic data of specimen and electrodes

	Main electrode	Specimen	Auxiliary electrode
Material	Al, commercial	Al, t.p.	Al, commercial
Shape	conical	cylindrical	cylindrical
Diameter	5.00 mm	30.00 mm	26.00 mm
Thickness or height	2.90 mm	6.42 mm	10.00 mm
Fundamental longitudinal frequency	> 1.0 Mc/s	≈ 0.5 Mc/s	—
Insulation from specimen	mica 0.02 mm	—	mica 0.02 mm
Capacity to specimen	≈ 25 pF	—	≈ 300 pF
Compression of the electrode on specimen	≈ 1 N	—	≈ 1 N

large as 250 V (R.M.S.). These are supplied by a stable reaction oscillator, feeding a 6L6 single valve power amplifier with a plate voltage of 600 V. The electrode capacitance is tuned with a parallel inductance at the driving frequency, to increase the load on the final valve. The output voltage is larger than 250 V up to 1 Mc/s with either electrode, and reduces to 125 V at 1.75 Mc/s.

The main advantage of an alternating driving voltage with no d.c. polarisation is that it gives rise to an electrostatic force whose frequency is double that of the voltage frequency. In the output circuit of the measuring apparatus it is therefore easy to separate, by means of a high-pass filter, the signal, which of course has the same frequency as the vibrations, from the e.m.f. induced by the driving voltage. This advantage proves to be essential when vibration frequencies are in the megacycle range and compensates largely for the need of a more powerful driving voltage supply. The use of mica as a dielectric instead of air is also a very important feature of the apparatus, making high-frequency measurements much easier. In fact it reduces the distance between electrode and specimen, without requiring a very accurate polishing of both and at the same time increases the capacitance and the dielectric strength so given rise to vibrations at least 100 times larger than those which would be excited by electrodes at the same distance in air². It may be added that the distance between specimen and electrodes is very little affected by temperature changes, when mica is used as spacer, whilst with an air gap, the differential dilatations of specimen and electrode supports give rise to very important changes in distance when temperature is varied.

The main conical electrode is employed for vibration detection, its capacitance to the specimen forming an appreciable part of the tuning capacitance of a high-frequency oscillator (Fig. 1). When the electrode is removed from the plate the frequency of oscillation is somewhat higher than 90 Mc/s, whilst it reduces to about 66 Mc/s when the electrode is put at the proper distance from the specimen.

The oscillator is a conventional grounded-plate type derived from the Hartley circuit. Between the capacitor and the tuning coil a single-cell high-pass filter with cut-off at 7.5 Mc/s is inserted, to stop the driving voltage from reaching the oscillating tube when no auxiliary electrode is employed. In this way almost all the driving voltage is applied to the first capacitor of the filter; if its capacitance is not independent of potential, a parasitic frequency-modulation can arise, having a frequency double that of the driving voltage, like the vibration frequency. This can be avoided by employing two or more equal capacitors in series instead of a single one, so that the voltage drop across each one is only a fraction of the total driving voltage, and parasitic effects due to a non-linear relation between voltage and charge are no longer felt.

To detect the frequency-modulated signal an unbalanced discriminator of the simplest type is used (Fig. 2). A slightly detuned circuit is inductively coupled to the oscillator, and connected to the grid of an amplifier triode. In this way the amplitude modulation obtained in the grid circuit is detected in the plate circuit of the tube, which is biased below its cut-off, and the high-frequency components of the detected voltage are suppressed by a low-pass filter with a cut-off frequency of 7.5 Mc/s. It must be observed that the more complex types of discriminator commonly employed in frequency-modulated receivers would be both unnecessary and inconvenient for the present apparatus. In fact, the signal to be detected in the actual case is a pure sinusoidal wave, and slight changes in the discriminator efficiency with frequency are not important. Moreover the frequency of the modulated wave has not a fixed value, but varies from one experiment to another, being largely dependent upon the aver-

² The dielectric strength of mica is from 7 to 10 times that of air, and its dielectric constant about 6 times the air constant. However, the increase in capacity, for somewhat large electrodes, is considerably smaller, owing to surface irregularities, being perhaps about double. As the electrostatic pressure is proportional to the square of the voltage and to the effective dielectric constant, its value must be at least 100 times larger than the force which would be obtained in air with the same distance between electrodes.

age distance of the electrode from the specimen. This would obviously make it very difficult to obtain a conventional discriminator to work properly, while, with the simple type used, only a plate current meter is needed to show when the right amount of detuning is obtained by turning the variable condenser connected to the grid circuit. The dis-

The discriminator circuit is directly coupled to the oscillator, and the coefficient of coupling can be varied by changing their separation (Fig. 3a, b). When the coupling is smaller than its critical value and the modulated frequency is about 70 Mc/s, the signals which can be properly detected have frequencies not higher than 1 Mc/s. However, it has

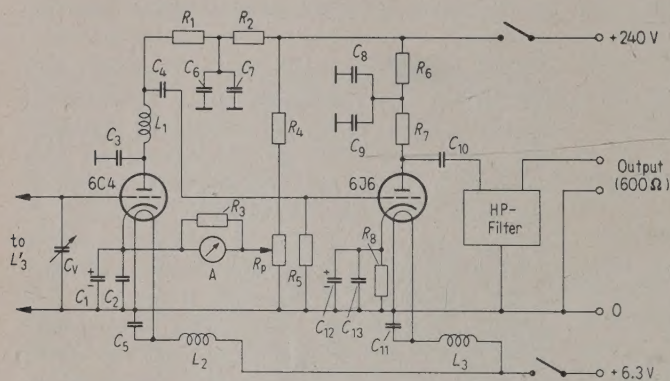


Fig. 2. Wiring diagram of discriminator and preamplifier circuit.

$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 8 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 50 \text{ k}\Omega$, $R_6 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_7 = 5 \text{ k}\Omega$, $R_8 = 100 \text{ }\Omega$, $R_9 = 5 \text{ k}\Omega$; $C_V = 2 \cdot \cdot \cdot 9 \text{ pF}$, $C_1 = 25 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$, $C_3 = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$, $C_4 = 400 \text{ pF}$, $C_5 = 2000 \text{ pF}$, $C_6 = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$, $C_7 = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$, $C_8 = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$, $C_9 = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$, $C_{10} = 400 \text{ pF}$, $C_{11} = 2000 \text{ pF}$, $C_{12} = 25 \text{ }\mu\text{F}$, $C_{13} = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$; $L_1 = 3 \text{ }\mu\text{H}$, $L_2 = 3 \text{ }\mu\text{H}$, $L_3 = 3 \text{ }\mu\text{H}$.

criminator used is obviously sensitive also to amplitude-modulation; however the parasitic amplitude-modulation that can eventually be feared has the same frequency as the driving voltage and its effects can be separated from the signal by means of a high-pass filter.

been found that by increasing the coefficient of coupling much beyond its critical value no trouble is experienced, while the frequency range of the apparatus is substantially widened so that signals of 5.5 Mc/s can be detected.

The detector tube is followed by a resistance-coupled single stage amplifier, which can be connected to a 600 ohm high-pass filter, to separate signal from noise. When vibrations are in the megacycle range the output of this stage is generally too low to be measured directly and must be connected to a wide-band amplifier, whose maximum gain of 60 dB is constant to within $\pm 1.15 \text{ dB}$ from 0.3 Mc/s up to 10 Mc/s and whose output is measured by a germanium crystal voltmeter (Fig. 4). The high-pass filter can eventually be connected to the stage which feeds the voltmeter, to suppress the effects of induction of the driving voltage upon the amplifier.

Table II gives typical signal and noise values for the whole apparatus. As the gain of the amplifier is varied by means of a calibrated attenuator, the input voltages have been computed from the measured output to make their comparison easier. Measurements have been made with and without driving voltage and with and without filter, in the following different conditions:

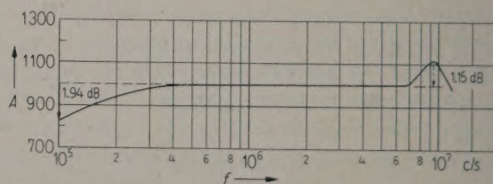


Fig. 4. Response curve of the wide-band amplifier.

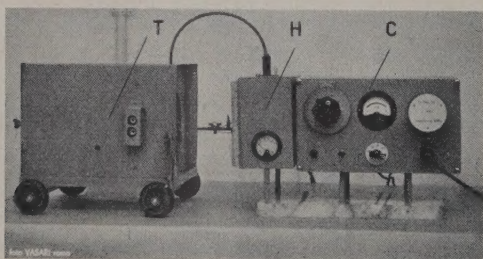


Fig. 3a. View of apparatus; T Thermostat, H High-frequency oscillator, C Discriminator.

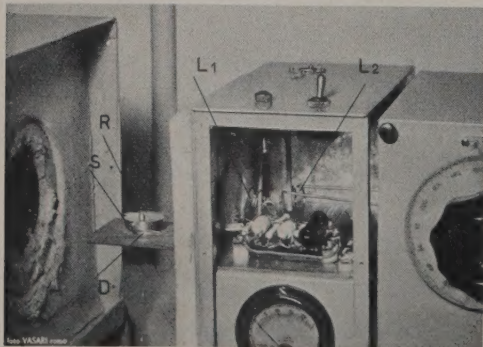


Fig. 3b. Details of coupling between oscillator and discriminator; S sample, D Driving electrode, R Pick-up electrode, L_1 Oscillator coils, L_2 detector.

Table II
Typical noise and signal values for the high frequency
vibrometer

Input Capacitor	Driving voltage		High-pass filter **** Cut-off at:	Input voltage *** mV		Ratio $S+N$ N
	V	Mc/s		S= Signal	N= Noise	
Ceramic capacitor 28 pF	—	—	—	—	3.0	—
	—	—	0.75	—	1.0	—
	200	0.5	—	—	7.0	—
Single electrode*	—	—	—	—	1.0	—
	—	—	0.75	—	0.4	—
	200	0.5	—	168	50.0	3.3
Two elec- trodes**	—	—	—	—	1.0	—
	—	—	0.75	—	0.3	—
	200	0.5	—	1100	12.5	90
	200	0.5	0.75	1100	7.4	160

* Main conical electrode, used both for driving and detection.

** Main electrode used for detection and auxiliary electrode for driving.

*** Values at the input of amplifier of Fig. 4 on 600 ohm load.

**** Filter connected to the amplifier stage feeding the voltmeter; no filter at the output of detector.

(I) Fixed ceramic condenser connected to the 70 Mc/s oscillating circuit instead of the electrode—specimen capacitance;

(II) Main conical electrode used both for driving vibrations and for measuring their amplitude;

(III) Main electrode used only for measuring the amplitude of vibrations which are excited by a separate auxiliary electrode.

The values given in the "noise" column correspond not only to the true thermal noise, but also to every induced voltage. They have been measured by setting the frequency of the driving voltage at a value somewhat different from the resonant frequency of the specimen, so that the signal amplitude was negligible³. The best operating conditions are obviously obtained with two electrodes, as the signal-to-noise ratio is then larger than 150 for vibrations⁴ of 1 Mc/s. When only the main electrode is used the driving force becomes smaller, as can be seen from the data of Table I, and the vibration

³ The Q of mechanical vibrations for the given specimen has never been found smaller than 5000; hence a slight change in the driving frequency reduces the vibration amplitude to a very small fraction of its resonance value.

⁴ From the last column of Table II the exact value of the signal-to-noise ratio cannot be easily computed, as measurements are made with a peak voltmeter.

amplitude at resonance is reduced by a factor of 5 or 6. In the same time the noise is increased by about the same factor, owing to parasitic amplitude-modulation produced by the driving voltage in the oscillating circuit. The operation of the apparatus becomes therefore less satisfactory, but the resonant frequency of the specimen can still be located with an accuracy better than one part in 10^{-3} , owing to the very high Q of mechanical vibrations.

3. Testing of the apparatus

To check the behaviour of the apparatus in a practical case, the resonant frequencies of the first longitudinal modes have been determined for the circular aluminium plate whose characteristic data are given in Table I. The frequencies have been measured by means of a wavemeter, calibrated with a quartz-controlled oscillator, the final accuracy of their value being about one part in 10^{-3} . Measurements have been made at room temperature, neglecting thermal corrections, which are of the order of 10^{-4} per degree Centigrade.

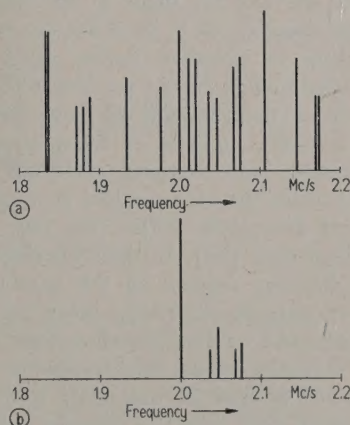


Fig. 5. Resonance spectrum of an aluminium plate 30.00 mm diameter, 6.42 mm thickness in the frequency range corresponding to the fourth longitudinal mode; (a) with single electrode, (b) with two electrodes.

When only the main electrode of 5 mm diameter is used, a very complex resonance spectrum is found, not only near the fundamental mode but also near its harmonics, as is shown by Fig. 5a for the fourth mode and by Fig. 6a for the fifth⁵.

⁵ The ordinates of Figs. 5 and 6 are proportional to the amplitude of signal, measured when noise is present. When a single electrode is employed, this amplitude measurements cannot be very accurate, according to the data given in Table II. However, in the actual case, the only important result is that there is no mode having a vibration amplitude much larger than the other ones, and this result does not require accurate measurements to be established.

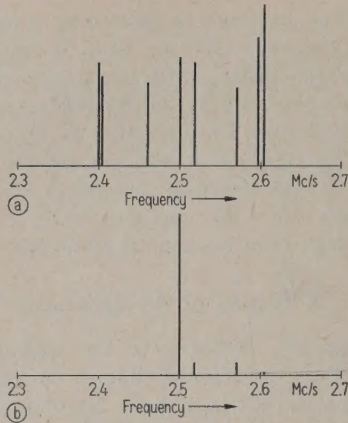


Fig. 6. Resonance spectrum of an aluminium plate 30.00 mm diameter, 6.42 mm thickness in the frequency range corresponding to the fifth longitudinal mode; (a) with single electrode, (b) with two electrodes.

The same natural frequencies are exactly found when the size and the shape of the electrode are somewhat changed; all of them but one must therefore belong to vibration modes which are not exactly longitudinal. In fact the theory of vibrating plates shows that, besides the true longitudinal modes, in which the bases of the specimen vibrate like a piston, more complex vibrations can take place, in which the bases remain no longer plane, and whose frequencies differ very little from the longitudinal ones [19]. In these quasi-longitudinal modes, different regions on the specimen bases vibrate in opposite directions, being separated by nodal radii and circles. Therefore they are easily excited when the driving force is applied only to a region which is small in comparison with the wavelength, whilst their excitation becomes more difficult when the force is applied to almost all the base of the specimen. Therefore the vibration spectrum becomes much simpler when an electrode of 26 mm diameter is used to excite vibrations. The Figs. 5b and 6b show that with the new electrode the vibration amplitude of one of the resonant frequencies is much larger than for the others, the values of the natural frequencies being always the same with the small and with the large electrode. As the capacitance between the large electrode and the specimen is about 300 pF, it cannot be used as the tuning capacitance of a 70 Mc/s oscillator circuit but only as an auxiliary electrode, while the smaller one is still used to measure vibration amplitude. It must be observed that even with the large auxiliary electrode, the spectrum near the fundamental resonant mode is always rather complex; hence it is not convenient to employ the fundamental mode to

measure the velocity of the longitudinal vibrations of a plate.

The resonant frequencies determined with an auxiliary electrode for the first eleven longitudinal modes of the specimen are given in Table III, together with the corresponding velocity of propagation, computed by assuming that the specimen thickness is a whole number of half wave-lengths.

Table III
Velocity of longitudinal waves in a circular aluminium plate ($d = 30.00$ mm, $s = 6.42$ mm) computed from the resonant frequencies f of its first eleven modes.

Order n of mode	Wavelength (mm) $\lambda = 2 s/n$	Frequency f Mc/s	Longitudinal velocity (m/s) $c = f\lambda$
1	12.84	0.520	6.664
2	6.420	1.009	6.478
3	4.280	1.509	6.458
4	3.210	2.002	6.426
5	2.568	2.501	6.422
6	2.140	2.996	6.411
7	1.834	3.493	6.406
8	1.605	3.993	6.408
9	1.426	4.490	6.403
10	1.284	4.990	6.407
11	1.167	5.486	6.402

It may be noticed that the velocity values obtained in this way are not independent of frequency, but show a regular decrease when the frequency rises, tending asymptotically to a value of 6405 m/s. For the five highest harmonics the measurements give this value to within $\pm 0.5 \cdot 10^{-3}$ (Fig. 7). The

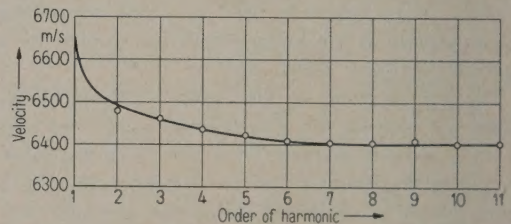


Fig. 7. Computed velocity of longitudinal waves in aluminium as a function of frequency (standing wave).

changes found in the computed velocity agree very well with what is known of the longitudinal vibrations of plates. In fact for the lowest modes the boundary conditions for pure longitudinal vibrations are imperfectly satisfied, as the diameter of the specimen contains only a few wave-lengths. In these conditions the resonant frequencies must be somewhat higher than the values corresponding to true longitudinal vibrations [20]. The difference between the measured velocity and the value for

longitudinal vibrations becomes of course smaller when the frequency rises and the diameter of the specimen contains an increasing number of wavelengths⁶, so that the boundary conditions are better satisfied.

(Received 27th January, 1956.)

Bibliography

- [1] BORDONI, P. G., *Nuovo Cim.* **4** [1947], 177; *Ric. Sci.* **18** [1948], 103.
- [2] BORDONI, P. G., *Alluminio* **16** [1947], 495; *Ric. Sci.* **18** [1948], 570.
- [3] GATTO, F., *Alluminio* **19** [1950], 19.
- [4] BARDUCCI, I., *Alluminio* **19** [1950], 416.
- [5] BARDUCCI, I., *Ric. Sci.* **22** [1952], 1733.
- [6] BORDONI, P. G. and NUOVO, M., *Nuovo Cim.* **10** [1953], 386; *Ric. Sci.* **23** [1953], 593.
- [7] BORDONI, P. G. and NUOVO, M., *Nuovo Cim.* **11** [1954], 127; *Ric. Sci.* **24** [1954], 2614.

- [8] BORDONI, P. G., *J. acoust. Soc. Amer.* **26** [1954], 495; *Ric. Sci.* **23** [1953], 1193.
- [9] BARDUCCI, I., *Alluminio* **23** [1954], 261; *Ric. Sci.* **24** [1954], 528.
- [10] BARDUCCI, I., *Ric. Sci.* **24** [1954], 2025.
- [11] BORDONI, P. G. and NUOVO, M., *Nuovo Cim.* **12** [1955], 155.
- [12] BARDUCCI, I. and PISENT, G., *Ric. Sci.* **25** [1955], 254.
- [13] BARDUCCI, I. and PASQUALINI, G., *Nuovo Cim.* **5** [1948], 416; *Ric. Sci.* **18** [1948], 999.
- [14] BORDONI, P. G. and NUOVO, M., *Colloque international sur les ultrasons*, Bruxelles, Juin 1951.
- [15] ARREDI, F., PANDOLFI, C. and PALMIERI, A., *Energia Elett.* **31** [1954], No. 2.
- [16] BACCAREDDA, M., BORDONI, P. G., BUTTA, E. and CHARLESBY, A., *Changes in elastic and anelastic behaviour of polythene and polystyrene with high energy radiation (in preparation)*.
- [17] PURSEY, H. and PYETT, E. C., *J. Sci. Instrum.* **31** [1954], 248.
- [18] BORDONI, P. G. and NUOVO, M., *Acustica* **4** [1954], 184; *Ric. Sci.* **24** [1954], 560.
- [19] AGGARWAL, R., *J. acoust. Soc. Amer.* **24** [1952], 463 and 663; **25** [1953], 533.
- [20] HUETER, T., *Z. angew. Phys.* **6** [1949], 274.

⁶ The influence of the electrodes upon the vibrations seems to be quite negligible as the measured values of natural frequencies have been found independent, to within the experimental errors, of the compression by the electrodes of the specimen.

EINE THEORETISCHE UND EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG ÜBER DEN QUARZWIND

VON I. JOHNSEN und S. TJÖTTA

Physikalisches Institut der Universität Oslo, Norwegen

Zusammenfassung

Der Quarzwind ist theoretisch und experimentell untersucht worden. Ein divergenter Schallstrahl wurde vorausgesetzt und eine Lösung erster Ordnung für die Dichte der Flüssigkeit angewandt. Dieser Ausdruck wird in die NAVIER-STOKESschen Differentialgleichungen eingeführt, wobei sich eine zeitunabhängige Lösung zweiter Ordnung für die Strömung in einem Rohr ergibt. Weiter sind experimentelle Methoden für die Messung der absoluten Schallintensität und der Strömung entwickelt worden. Berechnungen und Messungen ergaben eine gute Übereinstimmung. Es erfolgte auch ein Vergleich mit den von ECKART aufgestellten Berechnungen über den Quarzwind. Das Verhältnis zwischen dem zweiten und dem ersten Viskositätskoeffizienten μ'/μ wurde mit dem aus Absorptionsmessungen bestimmten Wert verglichen. Für Wasser, Äthylalkohol und (n)-Propylalkohol wurde eine völlige Übereinstimmung nach den beiden Methoden gefunden.

Summary

The quartz wind problem has been treated theoretically and experimentally. The sound-beam was assumed to be divergent, and a first order solution for the density of the fluid was used. This expression was introduced into the NAVIER-STOKES differential equation by which a time independent second order solution of the streaming in a tube could be found. In order to measure the absolute sound intensity and the streaming velocity experimental methods have been developed. Theory and experiments have been compared and they showed good agreement. The results of this investigation have been compared with the calculation made by ECKART. By means of the streaming measurements and sound absorption data the ratio of the second and the first viscosity coefficient μ'/μ was found in the case of water, ethylalcohol and (n)-propylalcohol, and a complete agreement was obtained by the two methods.

Sommaire

On traite théoriquement et expérimentalement le problème du «Quarzwind». On suppose un faisceau acoustique divergent et on utilise une solution du premier ordre pour la densité

du liquide. Cette expression est introduite dans les équations différentielles de NAVIER-STOKES ce qui donne une solution du second ordre, indépendante du temps, pour l'écoulement dans un tube. On a imaginé en outre des méthodes expérimentales pour mesurer l'intensité sonore absolue et l'écoulement. Les résultats des calculs et des mesures sont en bon accord. Ils sont également comparés avec la théorie développée par ECKART sur le «Quarzwind». Le quotient entre le premier et le second coefficient de viscosité μ'/μ est trouvé par deux moyens différents: mesures d'absorption, mesures de l'écoulement. Ces deux méthodes conduisent au même résultat dans le cas de l'eau, de l'alcool éthylique et de l'alcool-n-propylique.

1. Einleitung

Bei der Herleitung der NAVIER-STOKESSchen Differentialgleichungen für die Bewegung reibender Flüssigkeiten ist vorausgesetzt worden, daß eine lineare Beziehung zwischen der mechanischen Spannung und der Deformationsgeschwindigkeit in der Flüssigkeit besteht. Dies ist ein Analogon zum Hookschen Gesetz, und man findet für die Spannungsmatrix in der Flüssigkeit den Ausdruck

$$\begin{bmatrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ p_{yx} & p_{yy} & p_{yz} \\ p_{zx} & p_{zy} & p_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix} +$$

$$+ \mu \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & 2 \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} & 2 \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} +$$

$$+ \mu' \begin{bmatrix} \text{div } \vec{v} & 0 & 0 \\ 0 & \text{div } \vec{v} & 0 \\ 0 & 0 & \text{div } \vec{v} \end{bmatrix} \quad (a)$$

Hier sind p , μ und μ' als unbekannte Größen aufzufassen, und die Geschwindigkeit ist durch $\vec{v} = u \vec{i} + v \vec{j} + w \vec{k}$ gegeben. Die Relation (a) ist die einzige mögliche lineare isotrope Relation zwischen den Spannungskomponenten und den Komponenten der Deformationsgeschwindigkeit. Man identifiziert p mit dem Druck, der von der thermodynamischen Zustandsgleichung des Mediums bestimmt ist, z. B. $p = p(S, \varrho)$. S ist die Entropie und ϱ die Dichte. Die Größe μ können wir mit der experimentell bestimmten Reibungskonstanten für Scherung identifizieren. Diese Größe wollen wir hier den ersten Viskositätskoeffizienten nennen, wie es in der neueren akustischen Literatur üblich geworden ist. μ' wird entsprechend als zweiter Viskositätskoeffizient bezeichnet.

Es wurde früher angenommen, daß eine reine Expansion keine Spannung hervorrufen kann, das heißt, daß die Volumenviskosität verschwindet¹,

$$\kappa = \mu' + \frac{2}{3} \mu = 0. \quad (b)$$

Das gibt die STOKESSche Relation

$$\mu' = -\frac{2}{3} \mu. \quad (c)$$

Daraus folgt weiter, daß eine reine Expansion keine Energiedissipation hervorrufen sollte.

Bis in die letzten Jahre hat man in der Physik die STOKESSche Relation als universell angesehen. Es sind aber in letzter Zeit Probleme auf verschiedenen Gebieten der Physik aufgetaucht, die darauf hindeuten, daß es keine universelle Relation zwischen μ und μ' gibt. Man kennt heute keine Methode, mit der sich eine direkte Messung des zweiten Viskositätskoeffizienten ausführen läßt. Man kann also nur versuchen die Hypothese (a) zu benutzen, die Bewegungsgleichungen aufzustellen und theoretische Lösungen zu finden, in die in besonderen Fällen μ und μ' eingehen. Durch Vergleich mit dem Experiment erreicht man dann eine indirekte Bestimmung von μ' . Es gibt mindestens vier Fälle, bei denen eine genaue Kenntnis von μ' entscheidend für die Ergebnisse ist, nämlich für die Berechnung der

- A) Dämpfung hochfrequenter ebener Schallwellen,
- B) Dämpfung von „second sound“ [1], [2],
- C) Dicke ebener Stoßfronten [3],
- D) akustischen Strömungserscheinungen in Flüssigkeiten und Gasen.

2. Akustische Strömungen

Wir wollen zuerst etwas auf die Theorie der Gleichströmungserscheinungen in der Akustik eingehen. Diese zeitunabhängigen Strömungen in Flüssigkeiten und Gasen sind quadratische Effekte, deren Erklärung in den quadratischen Gliedern der Be-

¹ Aus (a) bekommt man

$$p_{xx} + p_{yy} + p_{zz} = -3p + (3\mu' + 2\mu) \text{div } \vec{v}.$$

Wenn man den hydrostatischen Druck p (die Normalspannung) definiert als $p = -\frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz})$, so folgt (b).

wegungsgleichungen zu suchen ist. Wir schreiben die NAVIER-STOKESsche Differentialgleichung und die Kontinuitätsgleichung in der folgenden Form

$$\varrho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \varrho_0 \vec{v} \times \text{rot } \vec{v} + \frac{\varrho_0}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}) = -\nabla p + \left(\frac{1}{3} \mu + \kappa \right) \nabla (\text{div } \vec{v}) + \mu \nabla^2 \vec{v}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \text{div } \varrho \vec{v} = 0. \quad (2)$$

In den quadratischen Gliedern der Gl. (1) ist $\varrho = \varrho_0 = \text{const}$ gesetzt. Wir setzen jedoch voraus, daß μ und κ konstant sind. Dann lassen sich die Gl. (1) und (2) kombinieren, und man bekommt

$$\begin{aligned} \nabla^2 (\text{rot } \vec{v}) - \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \varrho \vec{v}) \\ = \frac{1}{\mu} \text{rot} (\varrho_0 \text{rot } \vec{v} \times \vec{v} + \vec{v} \text{div } \varrho \vec{v}) \\ = \frac{\varrho_0}{\mu} \text{rot} (\text{rot } \vec{v} \times \vec{v} + \vec{v} \text{div } \vec{v}). \end{aligned} \quad (3)$$

Aus Gl. (2) finden wir außerdem

$$\text{div } \vec{v} = -\vec{v} \nabla (\ln \varrho) - \frac{\partial}{\partial t} (\ln \varrho). \quad (4)$$

Wir führen eine Reihenentwicklung von ϱ und \vec{v} aus,

$$\varrho = \varrho_0 + \varrho_1 + \dots,$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots,$$

wo $\langle \vec{v}_1 \rangle = 0$ ($\langle \rangle$ soll hier und im folgenden das zeitliche Mittel bedeuten). Nehmen wir das zeitliche Mittel von Gl. (3) und vernachlässigen alle Glieder höher als 2. Ordnung in \vec{v} und ϱ , so bekommen wir

$$\nabla^2 (\text{rot } \langle \vec{v}_2 \rangle) = \frac{\varrho_0}{\mu} \langle \text{rot} (\text{rot } \vec{v}_1 \times \vec{v}_1 + \vec{v}_1 \cdot \text{div } \vec{v}_1) \rangle \quad (5)$$

$$= \frac{\varrho_0}{\mu} \left\langle \overbrace{\vec{v}_1 \times \nabla (\text{div } \vec{v}_1)}^A - \overbrace{\vec{v}_1 \nabla (\text{rot } \vec{v}_1)}^B - \overbrace{(\text{div } \vec{v}_1) \text{rot } \vec{v}_1}^C - \overbrace{[(\text{div } \vec{v}_1) \text{rot } \vec{v}_1 - ((\text{rot } \vec{v}_1) \cdot \nabla) \vec{v}_1]}^D \right\rangle,$$

$$\text{div } \langle \vec{v}_2 \rangle = \langle \vec{v}_1 \nabla [\text{div} (\int \vec{v}_1 dt)] \rangle. \quad (6)$$

Wenn \vec{v}_1 bekannt ist und mit bekannten Grenzbedingungen für $\langle \vec{v}_2 \rangle$, findet man $\langle \vec{v}_2 \rangle$ aus Gl. (5) und (6). Die Geschwindigkeit $\langle \vec{v}_2 \rangle$ ist jetzt die EULERSche Geschwindigkeit. Um einen Vergleich mit gemessenen Geschwindigkeiten machen zu können, müssen wir die gefundene EULERSche Geschwindigkeit in die LAGRANGESche $\langle \vec{v}_{2L} \rangle$ transformieren. Die Transformation ist gegeben durch Gl. (6)

$$\langle \vec{v}_{2L} \rangle = \langle \vec{v}_2 \rangle + \left\langle \left(\int \vec{v}_1 dt \right) \nabla \vec{v}_1 \right\rangle, \quad (7)$$

in der die Glieder höher als 2. Ordnung vernachlässigt worden sind. Wir haben im allgemeinen

$$\text{div } \langle \vec{v}_{2L} \rangle = 0, \quad (7a)$$

was WESTERVELT [6] zuerst gezeigt hat.

Die Geschwindigkeit erster Ordnung, $\langle \vec{v}_1 \rangle$, finden wir bei gegebenen Randbedingungen aus den linearisierten hydrodynamischen Gleichungen

$$\varrho_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\nabla p + \left(\frac{1}{3} \mu + \kappa \right) \nabla (\text{div } \vec{v}_1) + \mu \nabla^2 \vec{v}_1,$$

$$\frac{\partial \varrho_1}{\partial t} + \varrho_0 \text{div } \vec{v}_1 = 0 \quad (9)$$

und aus der Zustandsgleichung

$$\nabla p = c^2 \nabla \varrho, \quad (10)$$

in der c die Schallgeschwindigkeit ist.

Wir schreiben

$$\vec{v}_1 = -\nabla \Phi + \vec{A}, \quad \text{div } \vec{A} = 0. \quad (11)$$

Φ ist das Geschwindigkeitspotential und \vec{A} ist der Wirbelanteil von \vec{v} . Setzt man eine Zeitabhängigkeit $e^{-i\omega t}$ für \vec{A} und Φ voraus, so findet man aus Gl. (8), (9) und (10)

$$\nabla^2 \vec{A} + L^2 \vec{A} = 0, \quad L^2 = i\omega/\nu, \quad \nu = \mu/\varrho_0, \quad (12)$$

$$\nabla^2 \Phi + k^2 \Phi = 0, \quad k^2 = \frac{\omega^2}{\nu^2 - i\omega\nu b}, \quad (13)$$

$$b = 2 + \frac{\mu'}{\mu}.$$

Selbst wenn sich \vec{v}_1 in dieser Weise bestimmen läßt, kann es sehr kompliziert werden, $\langle \vec{v}_2 \rangle$ zu finden. Man kennt drei Fälle, wo es gelungen ist,

eine Lösung von Gl. (5) und (6) mit Hilfe der Lösungen von Gl. (12) und (13) zu konstruieren und wo man gute Übereinstimmung mit den Messungen gefunden hat.

Das sind:

a) Die Zirkulation in einem Kundtschen Rohr

RAYLEIGH [5] hat als erster dieses Problem theoretisch behandelt. Die Lösung erster Ordnung gibt die stehende Welle im Rohr. Nimmt man eine zweidimensionale Bewegung an, so wird das Glied D in Gl. (5) Null. Weiter vernachlässigt RAYLEIGH das

Glied A im Verhältnis zu B und C . WESTERVELT [6] hat die RAYLEIGHsche Lösung modifiziert, indem er auch das Glied A in Gl. (5) benutzte.

$\beta)$ Die Zirkulation um einen oszillierenden Zylinder

Viele Autoren haben dieses Problem in zwei Dimensionen behandelt. SCHLICHTING [7] fand eine Lösung für hohe Reynoldssche Zahlen ($Re \approx 1000$). HOLTSMARK u. a. [8] haben eine Lösung für kleine Reynoldssche Zahlen und inkompressibles Medium gefunden. In Gl. (5) wird dann $A = C = D = 0$. Später sind auch andere Arbeiten über dieses Problem veröffentlicht worden [9].

$\gamma)$ Der Quarzwind

ECKART [4] und andere [10], [11] haben das Quarzwindproblem studiert. Je höher die Frequenz ist, eine desto größere Rolle wird das Glied A relativ zu B , C und D in Gl. (5) spielen. $\text{rot } \vec{v}_1$ wird Null außerhalb der Grenzschicht, deren Dicke sehr dünn für Ultraschallfrequenzen wird. Die oben erwähnten Autoren haben a priori vorausgesetzt, daß $\text{rot } \vec{v}_1 = 0$ ist. Bei den Berechnungen, die von ECKART [4] und PIERCY und LAMB [11] gemacht worden sind, ist weiter vorausgesetzt, daß eine ebene Welle längs der Achse eines zylinderischen Rohres läuft. Die Welle ist seitlich begrenzt und hat einen konstanten Durchmesser (Abb. 1). In Abb. 1 ist auch die vom Schallstrahl erzeugte Gleichströmung im Rohr skizziert, wenn das hintere Rohrende mit einer schalldurchlässigen Membran abgeschlossen ist.

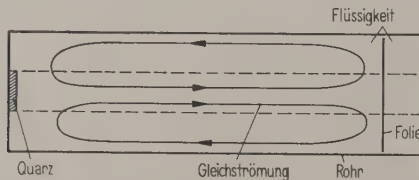


Abb. 1. Der von einem Quarz erzeugte Quarzwind in einem mit Flüssigkeit gefüllten Rohr mit Abschluß durch eine schalldurchlässige dünne Folie. Der Schallstrahl ist hier ohne Divergenz eingezeichnet.

In praxi hat der Schallstrahl eine gewisse Divergenz, abhängig von der Wellenlänge und von dem Durchmesser des Schwingers. Diese Divergenz des Schallstrahles wird ein etwas anderes Gleichströmungsprofil ergeben als das von ECKART berechnete Profil. Dies ist von MEDWIN [12] gezeigt worden. MEDWIN benutzte eine halbtheoretische Methode um das Strömungsprofil zu bestimmen, indem er eine gemessene Verteilung des Schalldruckes in die ECKARTsche Formel einführt.

Es ist zu erwarten, daß man eine bessere und eindeutige Übereinstimmung zwischen theoretischen

und gemessenen Werten für das Geschwindigkeitsprofil erhält, wenn man eine dem Experiment angepaßte Druckverteilung (erster Ordnung) oder Dichteverteilung benutzt. Die Dichte muß die Grenzbedingungen erfüllen und sollte in geschlossener Form gegeben werden. Die zeitunabhängige Lösung zweiter Ordnung, d. h. die Gleichströmung, läßt sich dann nach den Gl. (5) und (6) bestimmen. In dieser Arbeit ist eine Theorie für den Quarzwind nach diesen Gesichtspunkten aufgestellt worden. Anschließend wurden Messungen durchgeführt, mit denen diese Theorie nachgeprüft werden konnte.

3. Theoretische Behandlung des Quarzwindes

Im folgenden wollen wir das Quarzwindproblem behandeln. Wir wollen die Gl. (5) und (6) mit Hilfe von Gl. (11), (12) und (13) lösen. Wir denken uns die folgenden Bedingungen erfüllt: Eine ebene Schallwelle trifft senkrecht auf eine kreisförmige Lochblende (Abb. 2). Ein divergenter Schallstrahl geht dann von der Blendenöffnung aus und durchsetzt zwei völlig schalldurchlässige und gekrümmte Wände, die die beiden Endflächen eines konischen Rohres bilden. Das Rohr ist coaxial mit dem Schallstrahl, und der Öffnungswinkel ϑ_0 des Rohres soll größer als der Divergenzwinkel des Schallstrahles sein. Man hat $\sin \vartheta^* = 0,61 \lambda/a$ mit $2a$ dem Durchmesser der Blende, λ der Wellenlänge im Medium und ϑ^* dem Divergenzwinkel des Schallstrahles. Im Rohr beobachtet man eine Strömung, deren Form in Abb. 2 skizziert ist.

Die Lösung erster Ordnung für die Dichte im Rohr ist gegeben durch den Ausdruck

$$\begin{aligned} \varrho_1 &= A_0 \frac{\sin(kR - \omega t)}{R} e^{-\alpha R} \frac{2 J_1(ka \sin \vartheta)}{ka \sin \vartheta}, \\ A_0 &= -\pi a^2 u_0 \varrho_0 \cdot \frac{1}{c \lambda}. \end{aligned} \quad (14)$$

u_0 ist die Schnelleamplitude in der Blendenöffnung, c die Schallgeschwindigkeit, λ die Wellenlänge, ϱ_0 die Dichte des Mediums im Ruhezustand, J_1 ist die Besselfunktion erster Ordnung, R der Abstand von der Mitte der Blende, $k = 2\pi/\lambda$ und $\alpha = -k_i$ die Dämpfungskonstante (Gl. (13)). Hier wird vorausgesetzt, daß $R \gg a$, daß man sich also in der Fraunhoferzone befindet. Mit $\text{rot } \vec{v}_1 = 0$ erhalten wir aus Gl. (5)

$$\begin{aligned} \nabla^2 (\text{rot } \langle \vec{v}_2 \rangle) &= \frac{\varrho_0}{\mu} \langle \vec{v}_1 \times \nabla (\text{div } \vec{v}_1) \rangle \quad (15) \\ &= \frac{b}{\varrho_0^2} \langle \left(\nabla \cdot \frac{\partial \varrho_1}{\partial t} \times \nabla \varrho_1 \right) \rangle \end{aligned}$$

und außerdem gibt Gl. (7)

$$\text{rot } \langle \vec{v}_{2L} \rangle \equiv \text{rot } \langle \vec{v}_2 \rangle.$$

Man bekommt mit Hilfe von Gl. (14) die folgende Gleichung für $\langle \vec{v}_{2L} \rangle$ zu lösen:

$$\nabla^2 (\text{rot} \langle \vec{v}_{2L} \rangle) = \frac{b}{\varrho_0^2} \langle \nabla \frac{\partial \varrho_1}{\partial t} \times \nabla \varrho_1 \rangle = A_0^2 \frac{b k \omega}{2 \varrho_0^2} \cdot \frac{e^{-2aR}}{R^3} \cdot \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{2 J_1(k a \sin \vartheta)}{k a \sin \vartheta} \right]^2 \vec{i}_R \times \vec{i}_\vartheta. \quad (16)$$

Da die Strömung im Rohr Rotationssymmetrie haben muß, kann man schreiben

$$\langle \vec{v}_{2L} \rangle = u(R, \vartheta) \vec{i}_R + v(R, \vartheta) \vec{i}_\vartheta. \quad (17)$$

In Kugelkoordinaten ist

$$\text{div} = \frac{1}{R^2 \sin^2 \vartheta} \left[\frac{\partial}{\partial R} (u R^2 \sin \vartheta) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} (v R \sin \vartheta) \right], \quad (18)$$

und weil $\text{div} \langle \vec{v}_{2L} \rangle = 0$ nach Gl. (7 a), sieht man, daß man eine Stromfunktion $\psi(R, \vartheta)$ benutzen kann, und zwar in der folgenden Weise:

$$u R^2 \sin \vartheta = \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\psi R \sin \vartheta), \quad v R \sin \vartheta = - \frac{\partial}{\partial R} (\psi R \sin \vartheta). \quad (19)$$

Daraus folgt

$$u = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} + \frac{\psi}{R} \cot \vartheta, \quad (20)$$

$$v = - \frac{\partial \psi}{\partial R} \frac{\psi}{R}. \quad (21)$$

Man findet dann in Kugelkoordinaten

$$\text{rot} \langle \vec{v}_{2L} \rangle = \vec{i}_R \times \vec{i}_\vartheta \left(\frac{\partial v}{\partial R} - \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \vartheta} + \frac{v}{R} \right) = - \vec{i}_\vartheta \nabla^2 \psi, \quad (22)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \left(\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \right). \quad (23)$$

$\psi(R, \vartheta)$ kann aus der Gleichung

$$\nabla^2 \nabla^2 \psi = - A_0^2 \frac{b k \omega}{2 \varrho_0^2} \frac{e^{-2aR}}{R^3} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{2 J_1(k a \sin \vartheta)}{k a \sin \vartheta} \right]^2 \quad (24)$$

gefunden werden.

Setzt man jetzt $e^{-2aR} \approx 1 - 2aR$, so findet man leicht eine partikuläre Lösung von Gl. (24): $R \cdot f_1(\vartheta)$. Wir wollen hier nicht die Differentialgleichung (24) im allgemeinen studieren, sondern wir machen die Approximation $e^{-2aR} = 1$ (kleine Absorption) und schreiben für die Lösung

$$\psi = R \cdot f(\vartheta) + g(R, \vartheta). \quad (25)$$

Das Experiment zeigt, daß die akustische Strömung in einem Rohr sehr wenig vom Abstand R abhängt, wenn man die Strömung ein Stück vor den Endflächen mißt. Wir setzen voraus, daß die Gl. (25), (20)

und (21) die Geschwindigkeit in einem konischen Rohr mit den Abgrenzungen $\vartheta = \vartheta_0$ und $R = \begin{cases} R_0 \\ R_1 \end{cases}$

wiedergeben (Abb. 2). Dann muß ψ für $R_0 \ll R \ll R_1$ und kleines ϑ_0 nur wenig von R abhängen. Wir wünschen eine Lösung in diesem Gebiet zu finden und vernachlässigen deswegen die Funktion $g(R, \vartheta)$ in Gl. (25). Aus Gl. (25) und (24) finden wir dann die folgende Differentialgleichung für $f(\vartheta)$:

$$\left(\frac{d^2}{d\vartheta^2} + \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} - \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \right) \left[\frac{d^2}{d\vartheta^2} + \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} + \left(2 - \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \right) \right] f = - A_0^2 \frac{b k \omega}{2 \varrho_0^2} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{2 J_1(k a \sin \vartheta)}{k a \sin \vartheta} \right]^2, \quad (26)$$

$$\frac{d^2 f}{d\vartheta^2} + \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \frac{df}{d\vartheta} - \left(2 - \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \right) f = - \frac{A_0^2 b k \omega}{2 \varrho_0^2} \frac{1}{\sin \vartheta} \int_0^\vartheta \sin \vartheta \left[\frac{2 J_1(k a \sin \vartheta)}{k a \sin \vartheta} \right]^2 d\vartheta + c_1 \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} + \frac{c_2}{\sin \vartheta}.$$

Setzen wir jetzt $\sin \vartheta = \vartheta$ und $\cos \vartheta = 1$ und vernachlässigen den Faktor 2 im Verhältnis zu $1/\vartheta^2$, so finden wir aus Gl. (26) eine Lösung für f , die regulär ist für $\vartheta = 0$:

$$f = - \frac{A_0^2 b k \omega}{2 \varrho_0^2} \frac{1}{\vartheta} \int_0^\vartheta \vartheta \left\{ \int_0^\vartheta \frac{1}{\vartheta} \left[\int_0^\vartheta \vartheta \left(\frac{2 J_1(k a \vartheta)}{k a \vartheta} \right)^2 d\vartheta \right] d\vartheta \right\} d\vartheta + \frac{c_1}{16} \vartheta^3 + c_3 \frac{\vartheta}{2}. \quad (27)$$

(Die zwei anderen Integrationskonstanten c_2 und c_4 müssen wir gleich Null setzen, um eine reguläre Lösung für $\vartheta=0$ zu bekommen.)

Die Geschwindigkeitskomponenten geben sich aus

$$\begin{aligned} u &= f' + \frac{1}{\vartheta} f, \\ v &= -2f. \end{aligned} \quad (28)$$

Die Integrationskonstanten c_1 und c_3 werden aus den Grenzbedingungen $u=v=0$ für $\vartheta=\vartheta_0$ bestimmt.

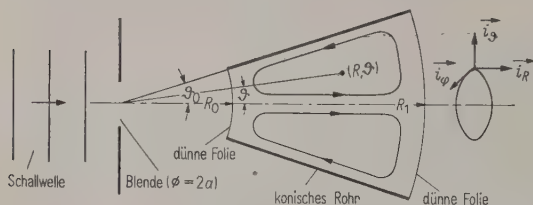


Abb. 2. Konisches Rohr mit schalldurchlässigen Endflächen hinter einer Lochblende. Das sphärische Koordinatensystem ist eingezeichnet und die zeitunabhängige Strömung im Rohr skizziert.

Die Totalströmung $S=0$ durch einen Rohrquerschnitt für $R=\text{const}$ wird hier automatisch erfüllt. Wir haben nämlich

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\vartheta_0} u \cdot 2\pi R \cdot \sin \vartheta \cdot R \cdot d\vartheta \\ &= -2\pi R^2 \int_0^{\vartheta_0} d(f \sin \vartheta) = 0. \end{aligned}$$

4. Das Experiment

Um die vorangegangenen theoretischen Ergebnisse experimentell nachprüfen zu können, muß man verlangen, daß die in der Theorie gemachten Voraussetzungen auch im Experiment erfüllt sind. Man muß außerdem die absolute Schallintensität sowie die Intensitätsverteilung quer und längs zur Richtung der Schallausbreitung genau kennen. Der experimentelle Aufbau ist in Abb. 3 skizziert.

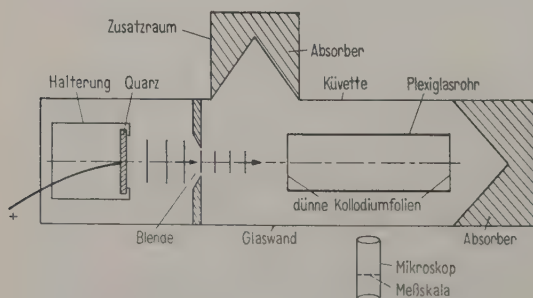


Abb. 3. Der experimentelle Aufbau.

Der Quarz, der eine Grundfrequenz von etwa 3 MHz hatte, wurde in eine mit Öl gefüllte Halterung so eingesetzt, daß die schwingende Fläche direkt an die Flüssigkeit grenzte, mit der Hochspannungsseite im Öl. Die Quarzhalterung wurde in eine 60 cm lange, 6 cm breite und 8 cm tiefe Küvette gesetzt, deren eine Seitenwand aus Glas war. Die andere Seite war zum Zweck der Intensitätsmessung mit einem Zusatzraum versehen, der mit Schallabsorbern ausgekleidet war. Eine kreisrunde Blende² ($\phi = 1,05$ cm) wurde genau in die Mitte des Schallstrahles senkrecht zum Strahl eingestellt. Die Öffnung der Blende war so gewählt, daß man über die ganze Öffnung eine ebene Welle hatte. Diese Forderung ist erfüllt, wenn die Blende außerhalb des Nahfeldes des Quarzes steht, d. h. in der Fraunhoferzone. Hinter der Blende und coaxial mit dem Schallstrahl befand sich ein Plexiglasrohr, an dessen Enden sehr dünne Kollodiumfolien angeklebt waren. Die Wellen wurden von Schallabsorbern am hinteren Ende der Küvette geschluckt. Mit einem Mikroskop ließ sich durch das Glasfenster der Küvette die Strömung beobachten. Das Mikroskop, dessen Okular eine Meßskala enthielt, konnte längs der Küvette sowie auch senkrecht dazu geführt werden. Die Strömung im Rohr ließ sich dann in verschiedenen Abständen vom Rohrende in einer axialen Schnittebene messen.

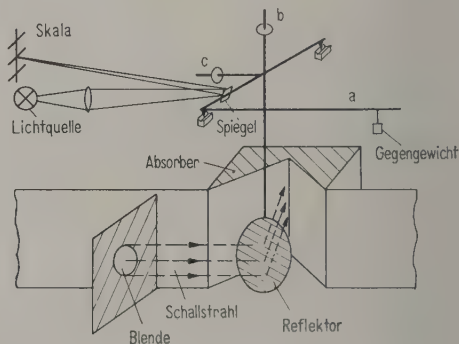


Abb. 4. Schallstrahlungsdruckwaage; a Waagearm, c und b kleine Gewichte.

Um die Schallintensität zu messen, ist der Schallstrahlungsdruck ausgenutzt worden. Zwei Methoden wurden benutzt, die eine mit einem ebenen Reflektor auf einer Waage (Abb. 4) und die andere mit einer starren Kugel als Pendel (Abb. 5). Der Reflektor, aus zwei dünnen Blechen mit Luftzwischenraum hergestellt, war an einer Waage befestigt [13]. Der Reflektor wurde unter 45° zur Richtung der einfallenden Welle gestellt und die reflektierte Welle im Absorber geschluckt. Mit einem Lichtstrahl ließ

² Es wurde ein Loch in ein Stück Gummi (im gefrorenen Zustand) gebohrt.

sich der Ausschlag der Waage auf einer Skala ablesen, wenn der Schall auf den Reflektor fiel. Ein kleines Gewicht auf dem Arm a brachte die Waage zurück zur Gleichgewichtstellung, wobei der Schallstrahlungsdruck gemessen werden konnte. Die Empfindlichkeit der Waage wurde mit dem Gewicht b verändert und die Nullstellung des Reflektors mit dem Gewicht c geregelt.

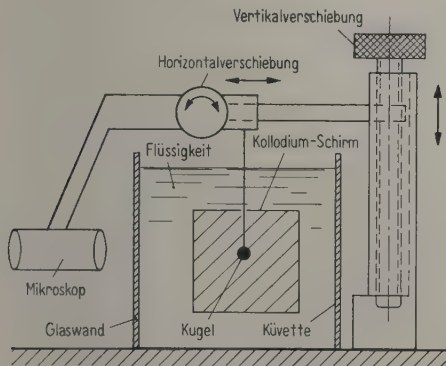


Abb. 5. Vorrichtung zur Messung des Schallstrahlungsdrucks auf eine an einem dünnen Nylonfaden aufgehängte Kugel.

Mit dem Reflektor kann man nur das Integral des Schallstrahlungsdruckes oder der Schallintensität bestimmen. Um die Verteilung der Intensität quer zum Schallstrahl zu finden, ist eine Kugel, die an einem dünnen Nylonfaden aufgehängt war, benutzt worden. Der Faden war am Mikroskop befestigt, so daß die Kugel, die immer im Fokus des Mikroskops war, quer zum Schallstrahl in zwei Achsenrichtungen verschoben werden konnte. Der Ausschlag der Kugel im Schallfeld wurde im Okular gemessen. Um die Einwirkung des Quarzwindes auf den Ausschlag der Kugel zu vermeiden, wurde ein Kollodiumschirm vor die Kugel gestellt.

5. Vergleich der Theorie mit dem Experiment

Die Schallintensität wurde mit Hilfe des Kugelpendels und des Reflektors gemessen. Die Kraft K_1 , die der Schallstrahlungsdruck auf eine starre Kugel in der Ausbreitungsrichtung der Welle ausübt, ist gegeben durch³

$$K_1 = \pi a^2 \frac{I}{c} (1 - 0,719 \cdot x^{-4/3}), \quad (29)$$

wenn $x = ka \gg 1$. Hier sind $k = 2\pi/\lambda$, λ die Wellenlänge, c die Schallgeschwindigkeit, a der Radius der Kugel und I die Schallintensität.

³ Diese Formel ist einer noch nicht veröffentlichten Arbeit von A. JOHANSEN, H. OLSEN und H. WERGELAND an der Technischen Hochschule Trondheim, Norwegen, entnommen.

Wenn man einen ebenen Reflektor verwendet, dessen Normale den Winkel φ mit der Schallrichtung bildet, ist die Kraft K_2 auf den Reflektor in Schallrichtung (BORGNIS [14])

$$K_2 = E \cdot F \cdot \cos^3 \varphi \quad (30)$$

mit E Energiedichte und F Querschnittsfläche des Schallstrahles.

Der Energieinhalt des Schallstrahles in einem bestimmten Abstand von der Blende ist mit der Kugel- und der Reflektormethode gemessen worden, um die beiden Methoden zu vergleichen. Bei einer Frequenz von 3,02 MHz in Wasser und $x = ka = 10$ für die Kugel wurden für die Gesamtleistung die Werte

$$W_{\text{Ref.}} = 0,18 \text{ W}, \quad W_{\text{Kugel}} = 0,154 \text{ W}$$

gefunden. Man bekommt immer etwas kleinere Werte für die Schall-Leistung (oder -Intensität) mit der Kugel als mit dem Reflektor. Dies hängt wahrscheinlich damit zusammen, daß ein abgegrenzter Schallstrahl im Grunde genommen keine ebene Welle sein kann. Die Formel (30) ist unter der Voraussetzung ebener Wellen entwickelt worden. Wenn man aber annimmt, daß der Schallstrahl aus mehreren ebenen Wellen besteht, die kleine Winkel miteinander bilden, so wird sich eine Kugel, die klein im Verhältnis zum Durchmesser des Schallstrahles ist, immer in einem ebenen Wellenfeld befinden. Die Kugelmethode muß darum genauer sein als die Reflektormethode für die Messung der Schallintensität. Im folgenden ist nur die Kugelmethode benutzt worden.

In Abb. 6 sind die mit einer Kugel gemessenen Schallintensitäten in drei verschiedenen Entfernungen von der Blende und in Abhängigkeit vom Abstand r von der Rohrachse eingetragen. Zugleich ist

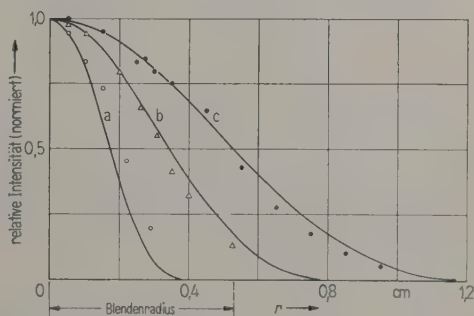


Abb. 6. Die berechnete relative Verteilung der Schallintensität quer zum Schallstrahl in drei Entfernungen von der Blende. Die Ordinate entspricht der Achse des Rohres. Alle Kurven sind für $r=0$ normiert worden.

Kurve a:

$R = 7 \text{ cm}$, ——— berechnet, \circ gemessen,

Kurve b:

$R = 14,5 \text{ cm}$, ——— berechnet, \triangle gemessen,

Kurve c:

$R = 22,5 \text{ cm}$, ——— berechnet, \bullet gemessen.

auch der Ausdruck $\left[\frac{J_1(ka \sin \vartheta)}{ka \sin \vartheta} \right]^2$ (normiert), der nach Gl. (14) und $I = \varrho_1^2 c^3 / 2 \varrho_0$ proportional der Strahlintensität ist, in denselben drei Entfernungen aufgetragen worden. Man sieht, daß die gemessene Intensitätsverteilung nach einer gewissen Entfernung von der Blende sehr gut mit der berechneten Intensitätsverteilung übereinstimmt. (Die kleine Diskrepanz für den Abstand $R = 7$ cm (Kurve a) und auch für $R = 14,5$ cm (Kurve b) kann erstens damit erklärt werden, daß man sich zu nahe an der Schallquelle (der Blende) befindet, und die Gl. (14) nicht mehr gilt. Zweitens ist der Intensitätsabfall so groß, daß die Kugel vom Schallstrahlungsdruck im allgemeinen nicht nur in die Schallrichtung verschoben wird, sondern auch etwas *quer* dazu.)

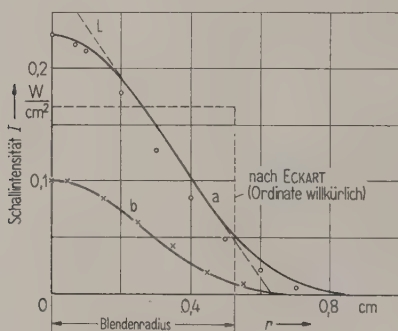


Abb. 7. Absolute Intensitätsverteilung in W/cm^2 in einer Entfernung von $R = 15,5$ cm hinter der Blende für Wasser (Kurve a, ——— berechnet, \circ gemessen) und für Äthylalkohol (Kurve b, ——— berechnet, \times gemessen). Die kastenförmige Intensitätsverteilung nach ECKART ist skizziert; L ist die lineare Approximation zu der gemessenen Intensitätsverteilung.

In Abb. 7 ist die absolute Intensitätsverteilung in einer Entfernung von $R = 15,5$ cm von der Blende für Wasser und Äthylalkohol aufgetragen. Die gemessenen Punkte sind nach Gl. (29) ausgewertet. Die berechnete Kurve wurde nach den Messungen normiert. Es ist auch die nach ECKART vorausgesetzte kastenförmige Intensitätsverteilung hinter der Blende eingezeichnet worden.

Um Gl. (27) numerisch lösen zu können, ist für kleine Winkel ϑ (Abb. 2), bei denen man $\sin \vartheta \approx \vartheta$ setzen kann, die Näherungsformel

$$\left[\frac{2 J_1(ka \sin \vartheta)}{ka \sin \vartheta} \right]^2 = \left[\frac{2 J_1(ka \vartheta)}{ka \vartheta} \right]^2 \quad (31)$$

$$= \begin{cases} \alpha \left(1 - \frac{\vartheta}{\vartheta_1} \right) & \text{für } \vartheta \leq \vartheta_1 \\ 0 & \text{für } \vartheta_0 \geq \vartheta \geq \vartheta_1 \end{cases}$$

benutzt worden. α und ϑ_1 sind hier zwei Konstanten. Im Integral in Gl. (27) geht der Ausdruck

$\vartheta \left[\frac{2 J_1(ka \vartheta)}{ka \vartheta} \right]^2$ ein, und man kann den exakten Ausdruck $\left[\frac{2 J_1(ka \sin \vartheta)}{ka \sin \vartheta} \right]^2$ mit der obigen linearen Näherungsformel gut ersetzen. Für kleine Winkel ϑ_0 (Abb. 2) darf man auch ein konisches Rohr durch ein Rohr konstanten Querschnittes annähern. Dies wurde im Experiment gemacht. Abb. 8 zeigt die Gleichströmung im Rohr in einem Axialschnitt in Abhängigkeit vom Abstand r von der Rohrachse. Gemessen wurde in einer Entfernung $R = 15,5$ cm von der Blende, das entspricht der Mitte des Rohres. Das Medium war Wasser, die Frequenz 3,02 MHz, der innere Rohrdurchmesser 3,4 cm und die Rohröffnung 7 cm von der Blende. In Abb. 7 ist die entsprechende gemessene und die berechnete Intensitätsverteilung für $R = 15,5$ cm aufgetragen. In Abb. 8 ist auch das Profil der Gleichströmung im Rohr nach ECKART aufgetragen. Man sieht, daß unsere berechnete Kurve näher an den gemessenen Punkten liegt als das ECKARTSche Profil.

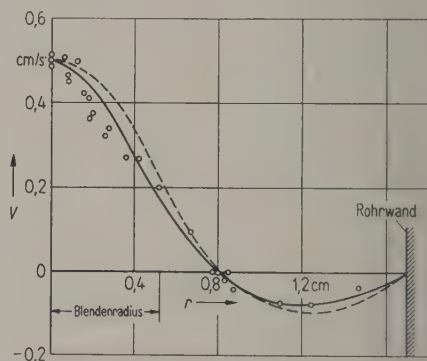


Abb. 8. Die Gleichströmung im Rohr in einer Entfernung von $R = 15,5$ cm von der Blende (in der Mitte des Rohres). Das berechnete Profil ist normiert worden (——— berechnet, \circ gemessen). Das Medium war Wasser. Das entsprechende Strömungsprofil, das man nach ECKART bekommt, ist eingezeichnet (---).

In Gl. (31) werden die Konstanten

$$\alpha = 18,4/15,5 = 1,19 \quad \text{und} \\ \vartheta_1 = 0,63/15,5 = 0,0407 \quad (\text{Abb. 7}), \\ \vartheta_0 = 1,7/15,5 = 0,11.$$

Die Strömungsgeschwindigkeit u wird aus den folgenden Ausdrücken bestimmt:

$$-u/B = 0,000284 - 0,272 \vartheta^2 + 3,25 \vartheta^3 \quad (32) \quad (\vartheta \leq \vartheta_1)$$

und

$$-u/B = -0,000011 - 0,0261 \vartheta^2 + 0,000328 \ln(\vartheta/\vartheta_1) \quad (\vartheta \geq \vartheta_1) \quad (33)$$

mit $B = -A_0 b k \omega / 2 \varrho_0^2$.

Für $\vartheta = 0$ und $R = 15,5$ cm (Abb. 2) finden wir $u_{\max} = -B \cdot 0,000284$. Für die maximale Geschwindigkeit (in der Mitte des Rohres) und für die maximale Intensität wurden gemessen: $u_{\max} = 0,50$ cm/s, $I_{\max} = 0,23$ W/cm². Daraus folgt für Wasser bei 19,5°C und bei einer Frequenz von 3,02 MHz $\mu'/\mu = 2,1$.

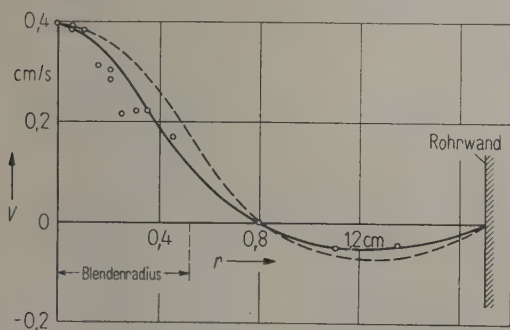


Abb. 9. Die Gleichströmung in dem mit Äthylalkohol gefüllten Rohr. Die Entfernung von der Blende war $R = 15,5$ cm (— berechnet, \circ gemessen). Das entsprechende Strömungsprofil nach ECKART ist eingezeichnet (---).

Entsprechende Messungen und Berechnungen sind für Äthylalkohol und für (n)-Propylalkohol gemacht worden. Die gemessene und die berechnete Intensitäts- und Strömungsverteilung für Äthylalkohol sind in Abb. 7 und 9 aufgetragen. Für Äthylalkohol wurde $\mu'/\mu = 1,1$ bei 18°C und 3,02 MHz gefunden. Man sieht, daß das berechnete Strömungsprofil für Äthylalkohol noch näher an den gemessenen Punkten liegt als die entsprechende Kurve für Wasser (Abb. 8). Der Grund dafür ist, daß die Wellenlänge in Äthylalkohol kleiner war als in Wasser; die Gültigkeit der Formel (14) wird besser. Zum Vergleich ist das ECKARTsche Profil eingezeichnet.

6. Vergleich mit Absorptionsmessungen

Für die durch innere Reibung verursachte Schallabsorption finden wir nach Gl. (13), in der der imaginäre Teil von k der negative Absorptionskoeffizient α ist,

$$-k_i = \alpha = \frac{\omega^2 \mu}{2 \rho_0 c^3} b = \frac{4 \pi^2 f^2 \mu}{2 \rho_0 c^3} \left(2 + \frac{\mu'}{\mu} \right). \quad (34)$$

Aus Messungen von α/f^2 läßt sich μ'/μ nach Gl. (34) bestimmen, und man kann den Wert für μ'/μ mit dem aus der Strömungsmessung bestimmten Wert vergleichen. LIEBERMANN [10] hat als erster die ECKARTsche Theorie angewandt und diesen Vergleich für eine Reihe von Flüssigkeiten durchgeführt. Die Übereinstimmung ist bei den meisten Flüssigkeiten ganz gut. Es gab jedoch nach

den Messungen von LIEBERMANN einige Diskrepanzen z. B. für Wasser und Äthylalkohol. Die Diskrepanzen hängen damit zusammen, daß einige in der ECKARTschen Theorie gemachte Voraussetzungen im Experiment nicht so gut erfüllt waren. LIEBERMANN [10] und andere [15], [16] rechnen mit einer kastenförmigen Verteilung der Schallintensität quer zum Schallstrahl, was sich im Experiment nicht erfüllen läßt. Man bekommt deswegen falsche Intensitätsmessungen. In dieser Arbeit ist versucht worden, eine bessere Annäherung zwischen Theorie und Experiment zu erreichen.

In der Tabelle I sind die von uns gemessenen Werte für μ'/μ zusammen mit denen aus den Schallabsorptionsmessungen zusammengestellt. Zum Vergleich sind auch die Werte nach den Messungen von LIEBERMANN hinzugefügt.

Tabelle I

Flüssigkeit	Frequenz MHz	t °C	μ'/μ ge- messen	μ'/μ aus Schallab- sorptions- messungen	μ'/μ nach LIEBER- MANN
Wasser	3,02	19,5	2,1	2,1*	2,4
Äthyl- alkohol	3,02	18	1,1	1,1*	3,8
(n)-Propyl- alkohol	3,02	21	1,1	$\begin{cases} 0,85^* \\ 1,18^{**} \end{cases}$	(5,1 iso)

* berechnet nach den von L. BERGMANN (Der Ultraschall, S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1954, S. 465) angegebenen Absorptionswerten.

** nach [18].

Die Übereinstimmung für Wasser, Äthylalkohol und (n)-Propylalkohol, die wir nach den Strömungsmessungen und den Absorptionsmessungen gefunden haben, ist also recht gut.

PIERCY und LAMB [11] erklären die allgemeine Übereinstimmung nach den beiden Methoden damit, daß es eben die Schallabsorption ist, die den Quarzwind hervorruft, und daß die Strömungsmessung nur eine andere Methode ist, um den Absorptionskoeffizienten zu bestimmen. Dies scheint richtig zu sein, auch wenn ausgesprochene Relaxationsvorgänge in der Flüssigkeit herrschen [17]. Wenn es keine Relaxationsvorgänge in dem betreffenden Frequenzgebiet gibt, in dem gemessen wird, kann man für den Druck $p = c^2 \rho$ schreiben. Dann muß sich eine Übereinstimmung für μ'/μ nach den beiden Methoden ergeben, weil Gl. (34) und der Ausdruck für die maximale Strömungsgeschwindigkeit, in der μ'/μ auch eingeht, aus den Navier-Stokeschen Differentialgleichungen hergeleitet sind. Die von PIERCY und LAMB [11] für die Beschreibung des Quarzwindes eingeführte „akustische treibende Kraft“, die etwa phänomenologisch-hydrodynamisch

ist, läßt sich dann direkt aus den quadratischen Gliedern der Navier-Stokesschen Differentialgleichungen herleiten.

Gibt es dagegen starke Relaxationen, so gilt die einfache Relation $p = c^2 \varrho$ nicht mehr und man muß

$$p = c^2 \varrho + R(\dot{\varrho})$$

schreiben, hier ist $R(\dot{\varrho})$ eine Funktion der nach der Zeit abgeleiteten Dichte. Das bedeutet, daß unsere erste Näherung nicht mehr gilt, und die zweite Näherung wird dann falsch. Es ist unter diesen Umständen noch eine offene Frage, wie weit die Navier-Stokesschen Differentialgleichungen die Verhältnisse in der Flüssigkeit zu beschreiben vermögen. Hier bedarf es noch vieler Versuche zum Verstehen aller Vorgänge.

Der erste Verfasser (I. J.) dieser Abhandlung ist Herrn Prof. Dr. E. MEYER, Göttingen, für den zur Verfügung gestellten Arbeitsplatz in seinem Institut und für wertvolle Diskussionen zu Dank verpflichtet. Auch dem Deutschen Akademischen Austauschdienst, Bonn, sei für ein Stipendium, mit dem diese Arbeit ermöglicht wurde, gedankt. Weiter danken wir Herrn Prof. Dr. J. HOLTSMARK, Oslo, für sein Interesse an den Untersuchungen.

(Eingegangen am 3. Februar 1956.)

Buchbesprechungen

GRIMSEHL, Lehrbuch der Physik; Band I: Mechanik, Wärmelehre, Akustik; 16. Aufl. B. G. Teubner Verlagsges., Leipzig 1955, 632 Seiten, 721 Bilder, 16 cm \times 23 cm, Ganzleinen DM 21,40.

Der 15. Auflage des „Grimsehl“ Band I ist schon nach wenig mehr als Jahresfrist die 16. Auflage gefolgt. Wenn bereits die für die 15. Auflage erfolgte völlige Umarbeitung des Buches zu einem wirklich zeitnahen und übersichtlichen Lehrbuch geführt hatte, in dem auch die Akustik in einer Form dargeboten wurde, die ihrem heutigen Stande entspricht, so muß das um so mehr für die vorliegende 16. Auflage gelten. Neben einer Umarbeitung der wärmetechnischen Abschnitte und einer großen Anzahl kleinerer Änderungen wurde im Abschnitt Akustik u. a. den seinerzeit an dieser Stelle ausgesprochenen Wünschen Rechnung getragen. Neu eingeführt wurde der Begriff der Lautheit, das Dezibel-Maß sowie einige Ausführungen über den Doppler-Effekt.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß es W. SCHALLREUTER gelungen ist, den „Grimsehl“ den Fortschritten der Physik voll anzupassen, so daß dieses Lehrbuch für die heutigen Studierenden mit Recht noch die gleiche Bedeutung hat wie für frühere Studentengenerationen.

Die äußere Gestaltung ist unverändert, die Papierqualität besser als bei der vorigen Auflage.

G. KURTZE

Schrifttum

- [1] KHALATNIKOV, I. M., J. exptl. Phys. (U.S.S.R.) **20** [1950], 243; **23** [1952], 34.
- [2] HANSON, W. B. und PELHAM, J. R., Phys. Rev. **95** [1954], 321.
- [3] GILBARG, D. und PAOLUCCI, D., J. rat. mech. Anal. **2** [1953], 617.
- [4] ECKART, C., Phys. Rev. **73** [1948], 68.
- [5] LORD RALEIGH, Theory of Sound., New York 1945, S. 333.
- [6] WESTERVELT, J., J. acoust. Soc. Amer. **25** [1953], 60.
- [7] SCHLICHTING, H., Z. Phys. **33** [1932], 327.
- [8] HOLTSMARK, J., JOHNSEN, I., SIKKELAND, T. und SKAVLEM, S., J. acoust. Soc. Amer. **26** [1954], 26.
- [9] LANE, C. M., J. acoust. Soc. Amer. **27** [1955], 1082.
- [10] LIEBERMANN, L. N., Phys. Rev. **75** [1949], 1415.
- [11] PIERCY, J. E. und LAMB, T., Proc. Roy. Soc. **226** [1954], 43, (ausführliches Schrifttum!).
- [12] MEDWIN, H., J. acoust. Soc. Amer. **29** [1954], 332.
- [13] CADY, W. und GITTINGS, C., J. acoust. Soc. Amer. **25** [1953], 892.
- [14] BORGNIS, F. E., Rev. mod. Phys. **25** [1953], 653.
- [15] KARIM, S. M., J. acoust. Soc. Amer. **25** [1954], 997.
- [16] CARRELLI, A. und CENNAMO, F., Nuovo Cimento **1** [1954], 429; **12** [1954], 1; **1** [1955], 1.
- [17] TRUESDELL, C., Proc. Roy. Soc. (A) **226** [1954], 59.
- [18] CARNAVALE, E. H. und LITOVITZ, T. A., J. acoust. Soc. Amer. **27** [1955], 547.

G. K. BATCHELOR und R. M. DAVIS, Surveys in mechanics; The G. I. Taylor 70th anniversary volume. Cambridge University Press, 1956, 475 pages, 20 figures, 16,5 cm \times 22 cm, £ 2.10 sh. 0 d.

The name of Sir GEOFFREY TAYLOR means the same to workers in fluid mechanics and acoustics today than that of Lord RAYLEIGH meant to an earlier generation. Both produced a continued series of works in these fields which will remain as sources of inspiration for many years to come, and both had the facility of designing simple experiments capable of giving precise results to illustrate theory. This volume is issued in celebration of G.I.'s seventieth birthday. The tribute to RAYLEIGH consisted of a six volume edition of his scientific papers. An equally voluminous re-issue of G.I.'s papers might have been made, but these are fairly easily got at, seeing that most of them are in the Proceedings of the Royal Society and the editors had the better idea of inviting prominent workers to survey the present position in the fields of mechanics in which he had worked.

This forms a stimulating compendium, too long to list in detail, but the two papers which touch acoustics most nearly are that on stress waves in solids by R. M. DAVIES and that on viscosity effects in sound waves of finite amplitude by M. J. LIGHTHILL. A biographical note describing how Sir GEOFFREY first became interested in the fields he has made his own should be read by every young scientist starting research.

E. G. RICHARDSON

ZUR ULTRASCHALLABSORPTION IN POLYKRISTALLINEM SELEN

von H. GOBRECHT und H. HAMISCH

II. Physikalisches Institut der Technischen Universität, Berlin-Charlottenburg

Zusammenfassung

Der Absorptionskoeffizient für eine longitudinale Ultraschallwelle von 3 MHz in polykristallinem Selen wird durch Temperaturmessungen im Selen während der Beschallung zu $2,2 \text{ cm}^{-1}$ bestimmt.

Diese verhältnismäßig starke Absorption wird durch die piezoelektrischen Eigenschaften des Selens erklärt. Die Schallwelle erzeugt Piezowechselspannungen, die wegen der elektrischen Leitfähigkeit des Selens zu elektrischen Verlusten führen. Diese Verluste entziehen der Schallwelle Energie. Auf Grund der elektrischen Verluste ergibt sich ein Absorptionsgesetz der Form $I = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$. Der Absorptionskoeffizient α läßt sich aus dem piezoelektrischen Modul d_{11} , der Leitfähigkeit des Selens in x -Richtung, dem Schallwiderstand, der Dielektrizitätskonstante und der Schallfrequenz berechnen. Umgekehrt können Absorptionsmessungen an polykristallinem Selen zur Bestimmung der Leitfähigkeit der Kristallite in x -Richtung herangezogen werden.

Summary

The absorption coefficient for longitudinal ultrasonic waves of 3 Mc/s in polycrystalline selenium is determined (at 2.2 cm^{-1}) by temperature measurements during the passage of the sound.

This rather strong absorption is caused by the piezo-electric properties of the selenium. The sound waves produce piezo-alternating voltages, that produce electric losses because of the electric conductivity of the selenium. These losses take energy from the sound wave. Because of the electric losses an absorption law of the form $I = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$ obtains. The absorption coefficient α is calculated from the piezoelectric modulus d_{11} , the conductivity of the selenium in the x -direction, the impedance to the sound, the dielectric coefficient and the frequency. Alternatively absorption measurements in polycrystalline selenium can be used for the determination of the conductivity of the crystallites in the x -direction.

Sommaire

Le coefficient d'absorption d'une onde ultra sonore longitudinale de 3 MHz dans le sélénium polycristallin est déterminé à $2,2 \text{ cm}^{-1}$ par des mesures de la température dans le sélénium, pendant que l'irradiation par le son est maintenue.

On explique cette absorption relativement forte par les qualités piézoélectriques du sélénium. L'onde ultrasonore provoque des tensions alternatives piézoélectriques qui entraînent des pertes électriques dues à la conductibilité élevée du sélénium. De ce fait, l'énergie de l'onde ultrasonore est diminuée.

Des pertes électriques il résulte une loi d'absorption de la forme suivante: $I = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$. On peut calculer ce coefficient d'absorption α à partir du module piézoélectrique, de la conductibilité du sélénium dans la direction de x , de la résistance acoustique, de la constante diélectrique et de la fréquence du son.

Inversement, on peut utiliser des mesures d'absorption du sélénium polycristallin pour déterminer la conductibilité des cristaux dans la direction x .

1. Messung der Ultraschallabsorption bei einer Frequenz von 3 MHz

a) Meßmethode

Bei der Untersuchung des Ultraschalleinflusses auf die elektrische Leitfähigkeit von Selen ließen Temperaturmessungen im Selen während der Beschallung erkennen, daß die Ultraschallabsorption im Vergleich zu anderem Material gleicher Feinkörnigkeit sehr stark ist (mittlere Korngröße ungefähr 10^{-3} mm). Diese starke Absorption ermöglicht eine

einfache Bestimmung des Absorptionskoeffizienten aus Temperaturmessungen an verschiedenen Punkten der beschallten Selenprobe.

Fällt, wie in Abb. 1 angegeben, Ultraschall durch die Stirnfläche einer zylindrischen Probe ein, dann sinkt die Intensität auf dem Wege zur entgegengesetzten Stirnfläche praktisch auf Null ab. Die Reflexion an dieser Fläche ist zu vernachlässigen. In diesem Fall entspricht der Intensitätsverlauf längs der x -Achse dem Absorptionsgesetz, das in der Form

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha x} \quad (1)$$

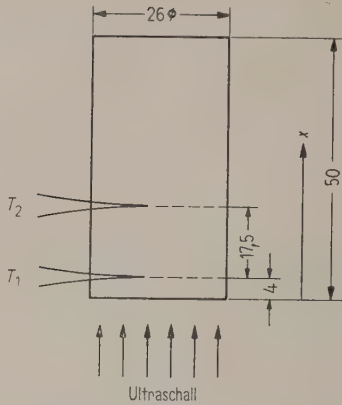


Abb. 1. Zylindrische Selenprobe im Ultraschallfeld; Maße in mm. Bei $x_1 = 4$ mm und $x_2 = 17,5$ mm befinden sich zwei eingeschmolzene Thermoelemente.

angenommen wird. I_0 ist die an der Stelle $x = 0$ in die Probe übergegangene Intensität, α der Absorptionskoeffizient. Wenige Sekunden nach dem Einschalten der Schallquelle ist die der Schallwelle entzogene Energie noch an derselben Stelle als Wärmeenergie vorhanden, an der sie absorbiert wurde. Wärmeleitungsvorgänge haben sich wegen der kurzen Zeit und der geringen Temperaturdifferenzen nur wenig ausgewirkt. Der Temperaturverlauf längs der x -Achse entspricht dann ganz dem Intensitätsverlauf

$$I = A \cdot \Delta T(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}.$$

A ist ein Proportionalitätsfaktor, $\Delta T(x)$ die an der Stelle x gemessene Temperaturzunahme während der Beschallung. Der Faktor A ist zeitabhängig. Wird nun an zwei verschiedenen Stellen x_1 und x_2 zugleich ΔT gemessen, dann gilt

$$\Delta T(x_1)/\Delta T(x_2) = e^{-\alpha(x_1 - x_2)}.$$

Hieraus erhält man als Bestimmungsgleichung für den Absorptionskoeffizienten

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \frac{\Delta T(x_1)}{\Delta T(x_2)}. \quad (2)$$

b) Ausführung und Ergebnis der Messung

Untersucht wird eine massive, zylindrische Selenprobe mit den in Abb. 1 angegebenen Abmessungen. Das Selen enthält keine Zusätze; der mittlere spezifische Widerstand beträgt $4,3 \cdot 10^5 \Omega \cdot \text{cm}$. In die Probe sind von der Seite in verschiedenen Höhen mit dünnen Drähten angefertigte Kupfer/Konstantan-Thermoelemente so eingeschmolzen, daß sie von der Stirnseite gesehen nicht übereinanderliegen. Die Thermospannungen werden mit zwei Galvanometern gemessen, deren Anzeige photographisch registriert wird.

Zur Auswertung werden die Verhältnisse $\Delta T(x_1)/\Delta T(x_2)$ bis zu 7 Sekunden nach dem Einschalten der Schallquelle herangezogen. $\Delta T(x_1)$ beträgt dann etwa 3 Grad. Es ergibt sich

$$\alpha = 2,2 \text{ cm}^{-1}$$

für die longitudinale Schallwelle von der Frequenz 3 MHz. Der Fehler für α ist praktisch durch den Fehler von $(x_2 - x_1)$ bestimmt; er kann mit 5% angegeben werden.

Zum Vergleich wird α für longitudinale Schallwellen in Aluminium mit einer mittleren Korngröße von 0,23 mm angegeben. Nach MASON und McSKIMIN [1] beträgt dieser

$$\alpha = 0,845 \cdot 10^{-9} \nu + 3,74 \cdot 10^{-30} \nu^4 \text{ cm}^{-1}$$

(ν Frequenz der Schallwelle).

Der zweite Summand ist durch die Körnigkeit des Materials bestimmt. Für 3 MHz ergibt sich hieraus für Aluminium

$$\alpha = (2,5 + 0,3) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}.$$

Das Verhältnis Schallwellenlänge durch Korngröße beträgt beim Aluminium etwa 10, beim Selen 300 für diese Frequenz. Die Absorption auf Grund der Körnigkeit sollte demnach bei Selen noch weniger in Erscheinung treten.

2. Die theoretische Deutung der Absorption

In der Arbeit von GOBRECHT, HAMISCH und TAUSEND [2] wurde festgestellt, daß das hexagonale Selen (Kristallklasse D_3) einen starken Piezoeffekt zeigt. Dies ermöglicht eine Erklärung der Absorption durch elektrische Verluste, die in den Kristalliten wegen der elektrischen Leitfähigkeit des Sells entstehen. Denn in den Kristalliten werden durch den Schallwechseldruck Piezowechselspannungen erzeugt. Diese elektrischen Verluste entstehen auf Kosten der Schallintensität.

a) Die Frequenzabhängigkeit der an einem leitenden piezoelektrischen Kristall auftretenden Wechselspannung bei Einwirkung eines Schallwechseldruckes

Der Selenkristall werde ersetzt durch einen nichtleitenden piezoelektrischen Kristall, zu dem parallel ein Widerstand R liegt. Die x -Flächen des Kristalles, auf welchen die Piezo-Ladungen auftreten, sind mit Elektroden versehen anzunehmen. Diese Elektroden bilden mit dem dazwischenliegenden Kristall eine Kapazität C ; RC ist die Zeitkonstante des Sells.

Wirkt auf den Kristall eine Druckänderung dX_x , dann ergibt sich für den Kondensator eine Ladungsänderung

$$dQ = F d_{11} \cdot dX_x - (U/R) dt. \quad (3)$$

U Spannung am Kristall, d_{11} piezoelektrischer Modul des Selens, F Größe der x -Fläche. Das zweite Glied berücksichtigt den Ladungsausgleich über R . Für die Spannung am Kristall ergibt sich hieraus die Differentialgleichung

$$\dot{U} + U/RC = (F d_{11}/C) \dot{X}_x. \tag{4}$$

Bei sinusförmigem Wecheldruck $X_x = X_x \cdot \sin \omega t$ lautet die stationäre Lösung von Gl. (4)

$$U = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \frac{F d_{11} X_x}{C} \cos(\omega t - \varphi). \tag{5}$$

Hierin ist $\tan \varphi = \omega RC$. Für $\omega RC \gg 1$ ergibt sich

$$U = \frac{F d_{11} X_x}{C} \sin \omega t$$

wie im Falle ohne Leitfähigkeit des Kristalles. Bei niedrigeren Frequenzen wird der Frequenzgang der Spannungsamplitude durch den Faktor

$$f = \omega RC / \sqrt{1 + (\omega RC)^2} \tag{6}$$

bestimmt (siehe Abb. 4). Für die Frequenzabhängigkeit der Ultraschallabsorption ist das Quadrat dieses Faktors maßgebend. Die durch elektrische Verluste bedingte Absorption wird also stark ansteigen, wenn ωRC von kleinen Frequenzen herkommend vergleichbar mit Eins wird. In diesem Frequenzbereich ist die Ultraschallabsorption praktisch ganz durch die elektrischen Verluste bedingt, wenn die Frequenz, bei der die Schallwellenlänge gleich der mittleren Korngröße ist, sehr viel größer als die durch $\omega RC = 1$ gegebene Frequenz ist. Für die untersuchte Selenprobe trifft dies zu.

b) Berechnung des Absorptionsgesetzes und des Absorptionskoeffizienten aus den elektrischen Verlusten

Die Rechnung wird für $\omega RC \gg 1$ durchgeführt. Die Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten ergibt sich am Schluß durch Hinzufügen des Quadrates von Gl. (6) als Faktor.

Eine sinusförmige Ultraschallwelle durchlaufe einen polykristallinen Selenkörper, von dem das skizzierte Volumenelement betrachtet wird (Abb. 2). Die Korngröße d sei sehr viel kleiner als die Schallwellenlänge λ , so daß die Streuung vernachlässigt werden kann. Die Dicke des Volumenelements ds sei viel größer als die Korngröße d , um mit gleichmäßiger Verteilung der Kristallrichtungen rechnen zu können.

Die Verluste durch Absorption betragen im betrachteten Volumenelement

$$dI = -dN = -\kappa_x \frac{E^2 ds}{2}; \tag{7}$$

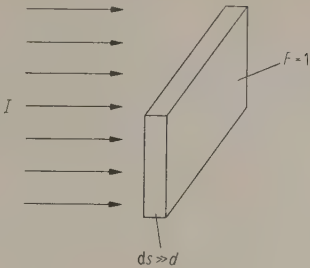


Abb. 2. Volumenelement eines mit Ultraschall bestrahlten Selenkörpers; näheres siehe Text.

I Schallintensität, dN elektrische Verluste im Volumenelement, κ_x spezifische Leitfähigkeit für die x -Richtung des Selens.

E^2 ist das örtliche Mittel des Amplitudenquadrates der piezoelektrisch erzeugten Feldstärke. Der Faktor $1/2$ ergibt sich wegen der zeitlichen Mittelung über das Amplitudenquadrat der Feldstärke.

Die elektrische Feldstärke ist durch die piezoelektrische Polarisation P auszudrücken:

$$P dF = Q = UC = \frac{E \delta dF \epsilon_x}{4 \pi \delta}; \tag{8}$$

$\epsilon_x = 5,25$ ist die Dielektrizitätskonstante des Selens für die x -Richtung, δ ist die Dicke, dF die x -Fläche des hier betrachteten Einzelkristalls.

Das Einsetzen von Gl. (8) in Gl. (7) ergibt

$$dI = -\frac{\kappa_x}{2} \left(\frac{4 \pi}{\epsilon_x} \right)^2 P^2 ds. \tag{9}$$

Zur Bestimmung von P^2 : Bei reinen Druckkräften tritt nur eine Polarisation in x -Richtung auf, die durch die Druckkomponenten X_x und Y_y bestimmt ist:

$$P_x = d_{11} (X_x - Y_y); \tag{10}$$

$d_{11} = 1,95 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2} \text{ s}^1$ ist der piezoelektrische Modul des Selens.

In Abb. 3 ist für einen Einzelkristall aus dem betrachteten Volumenelement die Orientierung der

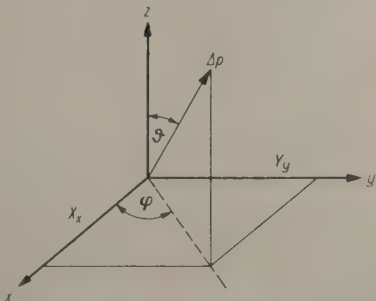


Abb. 3. Orientierung der Schallrichtung zu den kristallographischen Achsen x, y, z eines kleinen Kristalliten des betrachteten Volumenelements; näheres siehe Text.

Schallrichtung zu den kristallographischen Achsen x, y, z eingezeichnet. In der Schallrichtung liegt der Schallwechseldruck mit der Amplitude Δp . Hiernach ist

$$X_x = \Delta p \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi; \quad Y_y = \Delta p \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi, \\ P_x = d_{11} \Delta p \sin \vartheta (\cos \varphi - \sin \varphi). \quad (11)$$

Das örtliche Mittel von P_x^2 wird durch das Mittel über alle möglichen, durch φ und ϑ gegebenen Orientierungen ersetzt:

$$\overline{P_x^2} = d_{11}^2 \Delta p^2 \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \int_0^{\pi/2} \sin^2 \vartheta (\cos \varphi - \sin \varphi)^2 \cdot \sin \vartheta d\varphi d\vartheta. \quad (12)$$

Das Integral hat den Wert $2\pi/3$; es wird damit

$$\overline{P_x^2} = \frac{2}{3} d_{11}^2 \Delta p^2. \quad (13)$$

Dieser Wert in Gl. (9) eingesetzt ergibt

$$dI = - \frac{2}{3} \frac{\kappa_x}{2} \left(\frac{4\pi d_{11}}{\varepsilon_x} \right)^2 \Delta p^2 ds. \quad (14)$$

Die Schalldruckamplitude wird hierin durch die Intensität ausgedrückt

$$I = \Delta p^2 / 2 \varrho v; \quad \varrho = 4,8 = \text{Dichte des Selen}. \quad (15)$$

v ist die Schallgeschwindigkeit im polykristallinen Selen. Es wird mit dem Wert $v_x = 0,85 \cdot 10^5$ cm/s gerechnet, der Schallgeschwindigkeit für die x -Richtung. Für diese ist die Schallgeschwindigkeit am kleinsten. Gl. (14) lautet dann

$$dI = - \frac{2}{3} \frac{\kappa_x}{\varrho v} \left(\frac{4\pi d_{11}}{\varepsilon_x} \right)^2 I ds \quad (16)$$

bzw. $dI = -\alpha I ds$. Die elektrischen Verluste führen also zu dem bekannten Absorptionsgesetz

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha s}. \quad (17)$$

Der Absorptionskoeffizient hat nach Gl. (16) den Wert

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{\kappa_x}{\varrho v} \left(\frac{4\pi d_{11}}{\varepsilon_x} \right)^2. \quad (18)$$

Wird die Frequenzabhängigkeit nach Gl. (6) berücksichtigt und $\omega RC = \omega \varepsilon_x / 4\pi \kappa_x$ gesetzt, so ergibt sich

$$\alpha = \frac{\omega^2}{\kappa_x \left[1 + \left(\frac{\omega \varepsilon_x}{4\pi \kappa_x} \right)^2 \right]} \frac{2}{3} \varrho v d_{11}^2 \text{ cm}^{-1}. \quad (19)$$

Bei fester Frequenz (3 MHz) ist die Abhängigkeit der Absorption von der Leitfähigkeit folgendermaßen (siehe Abb. 4):

Von sehr kleinen Leitfähigkeiten herkommend nimmt die Absorption zunächst zu, bis ωRC den

Wert Eins erreicht. Nach Überschreiten dieses Wertes nimmt die Absorption wieder ab. Damit das Maximum bei 3 MHz liegt, muß nach den angegebenen Daten $\kappa_x = 8,8 \cdot 10^{-6} (\Omega \text{ cm})^{-1}$ sein.

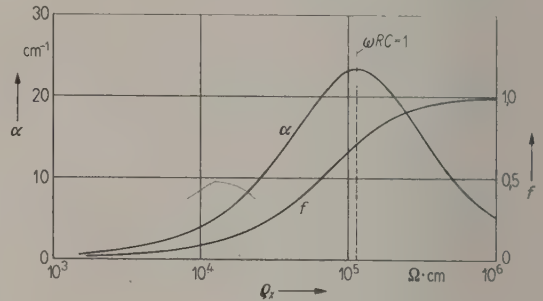


Abb. 4. Der Absorptionskoeffizient α und der Faktor $f = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$ (Gl. (6)) in Abhängigkeit vom spezifischen Widerstand ϱ_x des Selen für die x -Richtung.

Es wird dann $\alpha = 23,4 \text{ cm}^{-1}$. Dieser Wert ist noch zehnmal größer als der gemessene. Mit Hilfe des gemessenen Wertes kann nach Gl. (19) das unbekannte κ_x der Einzelkristalle berechnet werden. Es ergibt sich $\kappa_x = 1,7 \cdot 10^8 \text{ cgs} = 1,9 \cdot 10^{-4} (\Omega \text{ cm})^{-1}$. Die zweite Lösung für κ_x kommt nicht in Frage, da dieser Wert kleiner als die mittlere Leitfähigkeit über die gesamte Probe ist, die wegen der Grenzschichtwiderstände kleiner als die Leitfähigkeit der Einzelkristalle sein muß.

Der berechnete κ_x -Wert liegt in der Größenordnung der an anderen polykristallinen Proben aus Hochfrequenzzeitwertmessungen bestimmten mittleren Leitfähigkeiten der Einzelkristalle [3].

Die für d_{11} , ε_x und v_x angegebenen Zahlenwerte sind vorläufige Werte aus einer im Institut laufenden Arbeit, die die dynamische Bestimmung der piezoelektrischen Konstanten sowie einiger elastischer Konstanten zum Ziel hat.

Durch Belichtung hat man die Möglichkeit, die Ultraschallabsorption über den Einfluß der Belichtung auf die Leitfähigkeit kontinuierlich zu regeln.

(Eingegangen am 7. März 1956.)

Schrifttum

- [1] MASON, P. W. und McSKIMIN, H. J., J. acoust. Soc. Amer. **19** [1947], 466. — Auszugsweise in: L. BERGMANN, Der Ultraschall. S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1954, S. 656.
- [2] GOBRECHT, H., HAMISCH, H. und TAUSEND, Z. Phys., in Vorbereitung.
- [3] GOBRECHT, H. und HAMISCH, H., Z. Phys. **136** [1953], 234.

MESSUNG DER AMPLITUDEN- UND PHASENVERTEILUNG AUF KONUSLAUTSPRECHER-MEMBRANEN

von F. EGGERS

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

Zusammenfassung

Ein Meßverfahren wird beschrieben, das mit Hilfe einer geregelten kapazitiven Abtastung die kontinuierliche Aufnahme von Amplituden- und Phasendiagrammen des ganzen Lautsprecherkonus bei verschiedenen Frequenzen gestattet. Nach einem Überblick über die auf der Membran zu erwartenden Schwingungsformen werden einige der bei diesen Untersuchungen aufgenommenen Diagramme besprochen: Während bei tiefen Frequenzen die Bewegung der Membran rein kolbenförmig in axialer Richtung erfolgt, treten bei mittleren Frequenzen erhebliche Amplitudenschwankungen in azimuthaler Richtung auf. Da die Phasengeschwindigkeit der Biegewellen in radialer Richtung (wegen der Formsteife der Membran gegen die für diese Wellen erforderlichen Deformationen) größer als in azimuthaler Richtung ist, sind auf der Membran Unterteilungen in radialer Richtung erst bei höheren Frequenzen zu erwarten. Durchlaufende Knotenkreise konnten bei diesen Untersuchungen jedoch nicht beobachtet werden, sondern es bilden sich durch Überlagerung der azimuthalen Unterteilungen mit fortschreitenden und stehenden Wellen in radialer Richtung komplexe Konfigurationen aus. Mit Wobbel- oder Rauschbändern erhält man (bei einem ausgeglicheneren azimuthalen Amplitudenverlauf) auf der Membran eine Ringzone maximaler Amplitude, die sich mit ansteigender Frequenz vom Konusrand auf das Zentrum zusammenzieht. Der Hauptteil der Schallabstrahlung bei tiefen und mittleren Frequenzen rührt von der kolbenartigen Komponente der Konusbewegung her; die überlagerten azimuthalen Biegewellen können wegen ihrer kleinen Wellenlänge die Abstrahlung nur unwesentlich beeinflussen.

Summary

A continuous recording of amplitude and phase over the whole conical diaphragm of a loud-speaker is made. Whereas the motion at low frequencies is of piston form, at moderate frequencies azimuthal variations and at higher frequencies radial variations become apparent. With warble tones or noise bands a ring zone of maximum amplitude appears on the membrane, which moves towards the centre as the frequency goes up. The piston type vibration is more important for radiation at low and middle frequencies, the azimuthal flexural waves superposed thereon having little effect.

Sommaire

On décrit un procédé permettant d'enregistrer de manière continue, au moyen d'un palpeur à capacité réglable, les diagrammes de phase et d'amplitude à différentes fréquences de l'ensemble d'un pavillon de haut-parleur. Après un examen des modes d'oscillation prévisibles de la membrane, on étudie quelques-uns des diagrammes obtenus: Alors qu'aux basses fréquences, la membrane se déplace exclusivement comme un piston dans la direction axiale, il se produit aux fréquences moyennes des variations importantes de l'amplitude dans la direction azimuthale. Comme la vitesse de phase des ondes de flexion est plus grande dans la direction radiale (à cause de la rigidité de forme que présente la membrane vis à vis des déformations correspondant à ces ondes) que dans la direction azimuthale, on peut s'attendre à avoir à partir des hautes fréquences des formations dans la direction radiale. On n'a cependant pas pu observer dans ces essais des noeuds circulaires; il apparaît des formations complexes, du fait de la superposition des formations azimuthales avec les ondes progressives et stationnaires dans la direction radiale. Avec des bruits ou sons ronflés, on obtient (pour une allure d'amplitude azimuthale égalisée), une zone annulaire d'amplitude maxima sur la membrane, zone qui se concentre du bord du pavillon vers le centre quand la fréquence augmente. Aux basses et moyennes fréquences, la partie principale du rayonnement sonore provient des composantes du type piston du déplacement du pavillon; du fait de leur faible longueur d'onde, les ondes de flexion azimuthales superposées n'ont qu'une influence négligeable sur le rayonnement.

1. Einleitung

Über das Schwingungsverhalten von Konuslautsprecher-Membranen liegen verhältnismäßig wenige

experimentelle Ergebnisse vor. Arbeiten sind veröffentlicht worden unter anderem von N. W. McLACHLAN [1], H. BENECKE [2], G. SCHAFFSTEIN [3], G.

BORDONI [4], M. S. CORRINGTON und M. C. KIDD [5]. Außer der Beobachtung bei stroboskopischer Beleuchtung oder mittels Chladnischer Klangfiguren sind nur Amplitudenmessungen an einzelnen Membranpunkten vorgenommen worden.

Im folgenden wird ein Meßverfahren beschrieben, das eine kontinuierliche Abtastung des ganzen Konus ermöglicht.

2. Meßverfahren

Zur Messung der Normalamplituden auf der Membran wird eine kapazitive Abtastmethode verwendet. Diese hat den Vorteil, daß die Membran durch das Abtastorgan nicht belastet wird. Die Kapazitätsvariationen zwischen der schwingenden Membran — die vorher durch einen dünnen Überzug aus Leitsilber oder Kolloidgraphit leitend gemacht wurde — und einer kleinen Kreisplatte (8 mm Durchmesser) aus Metall als Sonde werden wie beim Kondensatormikrophon durch eine Wente-Schaltung in amplitudenproportionale Wechselspannungen umgewandelt.

Zur Messung spannt man den Lautsprecher so in das Futter einer Drehbank ein, daß die Mittelachse seiner Membran mit der Drehachse des Futters zusammenfällt; die Sonde wird auf dem zugehörigen Schlitten befestigt. Mit dieser Anordnung lassen sich durch Drehung des Futters bei feststehender Sonde bequem Kreise auf dem Konus fortlaufend abtasten. Erfahrungsgemäß haben alle handelsüblichen Membranen kleine Beulen und Dellen; beim Durchdrehen ändert sich daher fortwährend der Abstand zwischen Membran und Sonde und damit die Meßempfindlichkeit. Diese Empfindlichkeitsänderungen lassen sich durch Regelung der nachfolgenden Verstärker kompensieren. Dazu wird die Sonde durch ein kleines Tauchspulsystem in Schwingungen konstanter Amplitude mit einer Frequenz von 50 Hz versetzt; die dadurch entstehende 50-Hz-Spannung ist ein Maß für den jeweiligen Sondenabstand. Die Abb. 1 zeigt ein Blockschaltbild des Meßkreises.

Die von der Membranbewegung herrührende Wechselspannung und die von der Sondenbewegung herrührende 50-Hz-Spannung werden zunächst einem Vorverstärker und danach einem Regelverstärker zugeführt, dessen Verstärkungsgrad durch einen von außen zugeführten Strom gegenläufig geregelt werden kann, d. h. bei anwachsendem Strom sinkt der Verstärkungsfaktor. Hiernach wird die 50-Hz-Spannung durch einen 50-Hz-Bandpaß getrennt, anschließend verstärkt und gleichgerichtet; die Gleichspannung steuert dann rückwärts den erwähnten Regelverstärker und eine weitere Verstärkerstufe vorwärts. Verringert sich z. B. der Abstand zwischen Sonde und Membran, so würde man einen zu gro-

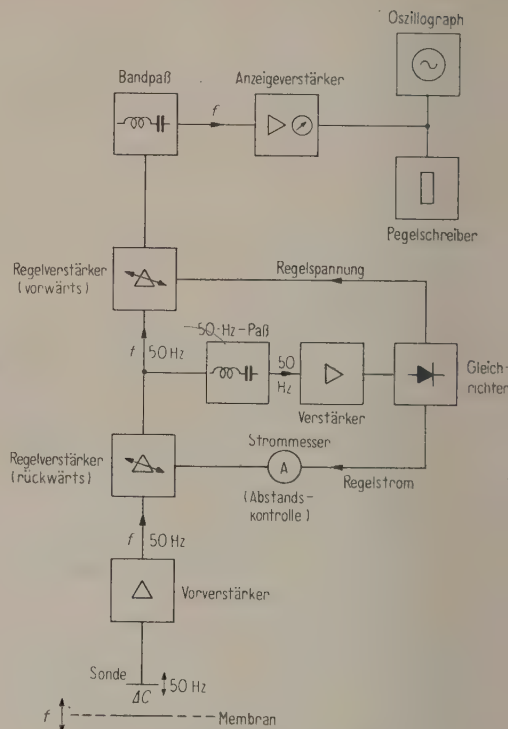


Abb. 1. Blockschaltbild des Meßkreises.

ßen Spannungswert für die Membranbewegung erhalten, wenn nicht die 50-Hz-Spannung nach demselben Abstandsgesetz anstiege und eine ausgleichende Senkung der Verstärkungsgrade in den beiden Regelstufen bewirkte.

Mit der Drehbankspindel ist ein Pegelschreiber mechanisch gekoppelt, der den Verlauf der Schwingungsamplitude bei einer Umdrehung des Lautsprechers auf einem 40 cm langen Registrierstreifen aufzeichnet. Auf dem Konus werden so bei einer Frequenz ungefähr 10 bis 15 konzentrische Kreise in etwa 0,5 cm Abstand abgetastet. Der Schwingspulenstrom beträgt dabei etwa 50 mA, so daß die Membran nur relativ kleine Amplituden ausführt und keine nichtlinearen Effekte, wie z. B. der „son rauque“ auftreten.

3. Schwingungsvorgänge auf der Membran

Die Abb. 2 zeigt schematisch einen Schnitt durch eine Membran mit gekrümmter Mantellinie (sog. nichtabwickelbare oder Nawi-Membran). Die Schwingspule übt eine Wechselkraft in axialer Richtung aus und erzeugt bei tiefen Frequenzen eine starre Bewegung des Konus in axialer Richtung. Bei höheren Frequenzen werden auf der Membran sowohl Dehnschwingungen — mit einem Bewegungsvektor in der Membranfläche — als auch Biege-

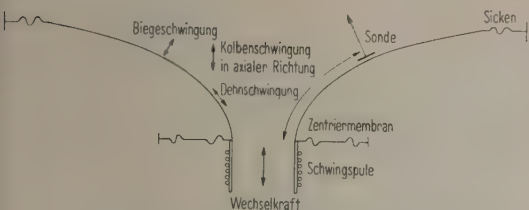


Abb. 2. Schnitt durch eine Membran mit gekrümmter Mantellinie (Nawi-Membran).

schwingungen — mit einem Bewegungsvektor normal zur Membranfläche — auf die die Meßsonde anspricht, angeregt. Bei einer Nawi-Membran erfolgt durch die vom Zentrum nach außen hin wachsende Neigung gegen die Mittelachse des Lautsprechers auch eine Umwandlung von Dehn- in Biegeschwingungen.

Erregt man einen Konus durch die Schwingspule zu erzwungenen Schwingungen, so treten bei höheren Frequenzen Biegewellen in radialer Richtung auf, die auf ihrem Weg zum äußeren Konusrand sowohl durch mechanische Verluste im Material als auch durch Schallabstrahlung gedämpft werden; am äußeren Rand werden die Wellen durch die Sicken und deren Einspannung zum Teil absorbiert, zum andern Teil reflektiert. Durch diese Reflexion entstehen auf einem ideal symmetrischen Konus bei entsprechend hohen Frequenzen symmetrische Eigenschwingungen mit Knotenkreisen; allerdings sind infolge der Dämpfung und der unvollständigen Reflexion keine scharfen Knotenlinien mit verschwindender Amplitude und keine Phasensprünge von 180° beim Überschreiten einer Knotenlinie zu erwarten, sondern auf der Membran zeigen sich Linien minimaler Amplitude und allmähliche Phasenänderungen beim Überschreiten solcher „Knotenlinien“. Durch den Einfluß von Unsymmetrien und von Inhomogenitäten in der Membran bilden sich unsymmetrische Eigenschwingungen mit Knotendurchmessern aus. Bei der Überlagerung von symmetrischen und unsymmetrischen Eigenschwingungen sind komplexe Schwingungskonfigurationen zu erwarten, die durch das Auftreten fortschreitender Wellen sehr unübersichtlich werden; außerdem überlappen sich die Resonanzkurven verschiedener Schwingungstypen infolge der Dämpfung, so daß sich Mischkonfigurationen ergeben.

Qualitativ liegen die Schwingungsverhältnisse einer Konusmembran zwischen denen einer Kreisplatte und denen einer Zylinderschale als den beiden geometrischen Grenzfällen einer Kegelschale. Bei einer ungedämpft schwingenden Vollkreisplatte sind die Normalamplituden durch Bessel-Funktionen erster Art, deren Ordnung n gleich der Zahl der Knotendurchmesser ist, darstellbar; für $n \geq 1$ ver-

schwinden diese Bessel-Funktionen für das Argument Null, d. h. im Plattenmittelpunkt tritt nur ein Amplitudenanteil der symmetrischen Eigenschwingungen ($n=0$) auf. Die Einhüllenden der Maxima der Wellenausbreitung in Kreisplatten beschreibenden Bessel-Funktionen gehen mit wachsendem Argument (kR) , wobei k die Wellenzahl und R der radiale Abstand ist, wie $(kR)^{-1/2}$ gegen Null; bei hohen Frequenzen zieht sich die Schwingung also auf die Umgebung des Plattenmittelpunktes zusammen. Analog verschwindet auch beim Konus der Amplitudenanteil der unsymmetrischen Eigenschwingungen in der Konusspitze; ebenfalls zieht sich die Schwingung bei hohen Frequenzen auf die Umgebung des Konuszentriums zusammen. Bei einer Zylinderschale ist die Biegewellengeschwindigkeit in axialer Richtung höher als die in azimuthaler Richtung, da in axialer Richtung laufende Biegewellen Ringspannungen (mit großer Verformungsarbeit) und Dehnwellen erzeugen. Analog ist auf der Konusmembran die Biegewellengeschwindigkeit in radialer Richtung größer als die in azimuthaler Richtung (sie ist allerdings auf einem Radius nicht konstant, sondern in der Umgebung des Zentrums größer als im Außenbezirk des Konus); daher sind azimuthale Unterteilungen (mit Knotendurchmessern) bei tieferen Frequenzen zu erwarten als Unterteilungen in radialer Richtung.

Um einen Anhaltspunkt für die Schwingungseigenschaften des Membranmaterials zu erhalten, wurden aus handelsüblichen Membranen Streifen ausgeschnitten und zu Biegeschwingungen angeregt. Mehrere Messungen ergaben eine Dehnwellengeschwindigkeit von etwa 1900 m/s. Für verschiedene Streifen aus zwei Membranen (Materialdicke ungefähr 0,3 mm) ergab sich eine Biegewellengeschwindigkeit, die in m/s numerisch ungefähr gleich der Wurzel aus der Frequenz in Hz ist. Der Verlustfaktor der Biegewellen bei 2 kHz beträgt $\eta_{2\text{ kHz}} \approx 0,04$.

4. Meßergebnisse

Es wurden verschiedene handelsübliche Lautsprechertypen untersucht. Zunächst sollen einige Diagramme die Amplitudenverteilung auf einer nicht-abwickelbaren (Nawi-)Membran von etwa 20 cm Durchmesser erläutern. In den Abb. 3, 4 und 7 bis 11 sind in horizontaler Richtung die Azimutwinkel von 0° bis 360° für einen Umlauf aufgetragen und vertikal die Amplituden in logarithmischem Maßstab dargestellt; die Zahlen am rechten Rand geben die Abstände (in cm) der aufgenommenen Kreise von der Schwingspule an.

In Abb. 3 ist die Amplitudenverteilung bei einer Frequenz von 348 Hz dargestellt. Auf dem Umfang

der Membran sind vier Minima verteilt; hier scheinen also auf einen Umfang vier halbe Biegewellenlängen zu entfallen. Dabei bleibt die Membran auch in den „Knotenradien“ nicht völlig in Ruhe; außer-

kann sich daher durch Abtastung einer bestimmten Kreiszone bei verschiedenen Frequenzen bereits ein Bild über die Verschiebungen der Konfigurationen machen.

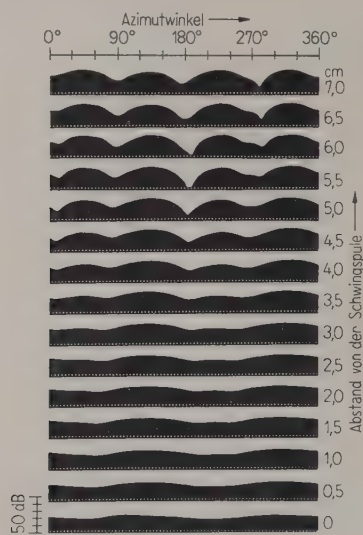


Abb. 3. Amplitudenverteilung auf einer Nawi-Membran bei 348 Hz.

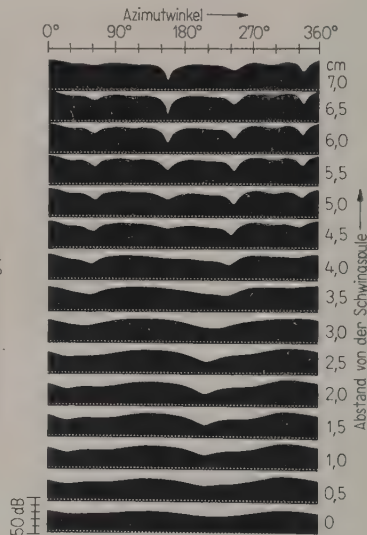


Abb. 4. Amplitudenverteilung auf einer Nawi-Membran bei 371 Hz.

dem erkennt man bei einer zusätzlich durchgeführten Phasemessung, daß die Phasendifferenz zwischen zwei aufeinander folgenden Maxima nicht 180° beträgt. Die Erklärung für die gefundene Schwingungsverteilung ist, daß der Konus (infolge der höheren Biegewellengeschwindigkeit in radialer Richtung) hauptsächlich eine kolbenartige Schwingung in axialer Richtung ausführt, der Biegewellen azimuthaler Richtung, ausgelöst durch irgendwelche Unsymmetrien in der Membran oder der Anregung, überlagert sind. In Wirklichkeit liegt hier eine Konfiguration mit acht halben Biegewellenlängen auf einem Umfang vor; jedes zweite Biegewellenmaximum schwingt mit der kolbenartigen Bewegungskomponente gleichphasig, die übrigen schwingen gegenphasig. Im konphasen Fall addieren sich die Teilamplituden, im andern Fall kann die kolbenartige Komponente die übrigen Maxima schwächen oder, wie hier, sogar verdecken.

Bei 371 Hz (Abb. 4) hat sich die Phasendifferenz zwischen den beiden Schwingungskomponenten um 180° verschoben, die vorher unterdrückten Maxima treten jetzt hervor, die anderen werden verdeckt.

Weitere Messungen zeigen, daß bis zu einer Frequenz von ungefähr 800 Hz auf den verschiedenen Ringzonen des Konus ähnliche Verhältnisse herrschen, d. h. die Knotenlinien verlaufen, zumindest im äußeren Konusteil, einigermaßen radial. Man

In Abb. 5 ist ein solcher azimuthaler Amplitudenverlauf im Frequenzbereich von 325 bis 390 Hz bei jeweils um 5 Hz ansteigender Frequenz dargestellt. Die Konfigurationen laufen stetig ineinander über; man sieht bei 340 und 370 Hz noch einmal die eben geschilderten Fälle; dazwischen treten bei 355 Hz alle acht Minima hervor, bei dieser Frequenz beträgt nämlich die Phasendifferenz zwischen den beiden Schwingungskomponenten gerade 90° , so daß keine Biegewellenmaxima verdeckt werden. Mit steigender Frequenz werden die Unterteilungen enger und meist unübersichtlicher; offenbar bilden sich auch Mischungen aus verschiedenen Schwingungstypen aus.

Die Abb. 6 zeigt dieselbe Ringzone im Frequenzbereich von 470 bis 600 Hz. Bei 600 Hz z. B. liegt eine Unterteilung mit 14 „Knotenradien“ der Biegewellen vor; die Überlagerung mit der kolbenähnlichen Bewegung erzeugt auf dem Umfang abwechselnd kleine und große Maxima.

Ebenso wie Unterteilungen in azimuthaler Richtung sind auch solche in radialer Richtung zu erwarten; trotzdem wurden bei den hier beschriebenen Untersuchungen deutliche, durchlaufende Knotenkreise nie beobachtet. Ein Grund hierfür ist in der unregelmäßigen Reflexion der Biegewellen an den Sicken zu sehen, wobei azimuthale Unterteilungen und damit komplexe Konfigurationen nie zu vermeiden sind.

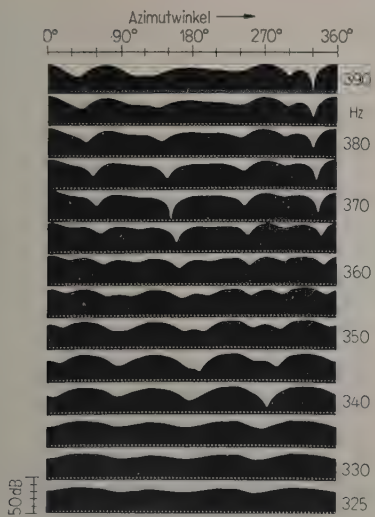


Abb. 5. Amplitudenverlauf im Frequenzbereich von 325 bis 390 Hz.

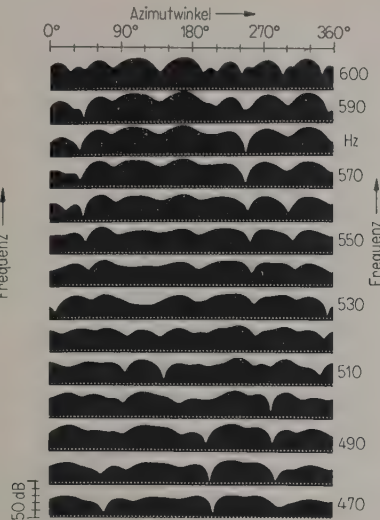


Abb. 6. Amplitudenverlauf im Frequenzbereich von 470 bis 600 Hz.

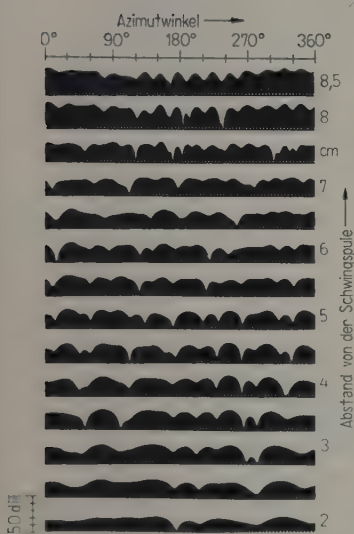


Abb. 7. Amplitudenverteilung auf einer Nawi-Membran bei 2190 Hz.

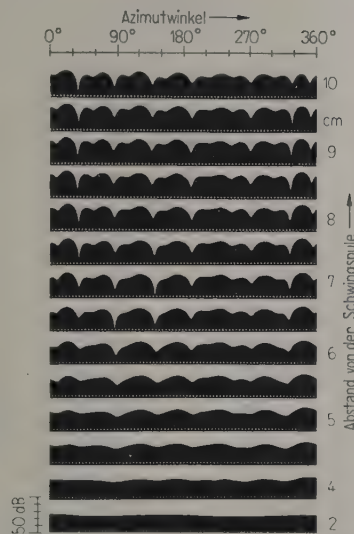


Abb. 8. Amplitudenverteilung auf einer geraden Konusmembran bei 605 Hz.

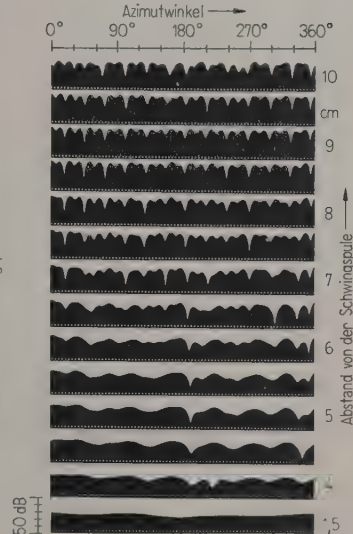


Abb. 9. Amplitudenverteilung auf einer geraden Konusmembran bei 1450 Hz.

Die Abb. 7 gibt die Normalamplitude auf einer nichtabwickelbaren Membran bei 2190 Hz.

An Konen mit geraden Mantellinien treten analoge Erscheinungen auf. Die Abb. 8 und 9 zeigen die Amplitudenverteilung auf einem geraden Konus bei 605 und 1450 Hz, Abb. 10 die auf einem andern geraden Konus bei 593 Hz. Auch die in Doppelmembran-Lautsprechern verwendeten Innenkone, die nur mit der Schwingspule der Hauptmembran starr verbunden sind und deren äußerer Rand frei

schwingt, weisen die charakteristischen Unterteilungen auf. Abb. 11 zeigt ein Beispiel bei einer Frequenz von 452 Hz.

Die vorstehenden Diagramme lassen sich durch Phasenmessungen ergänzen. Dazu werden die dem Betrag und der Phase der jeweiligen Membranamplitude entsprechende Wechsellspannung und als Normal die Spannung aus dem RC-Generator, der den Lautsprecher speist, nach mehrfacher Begrenzung (clipping) differenziert; mit den so erhaltenen schar-

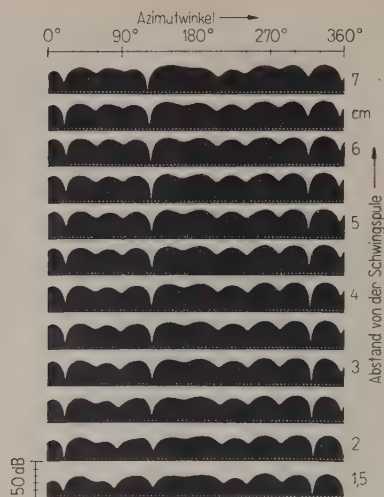


Abb. 10. Amplitudenverteilung auf einer geraden Konusmembran bei 593 Hz.

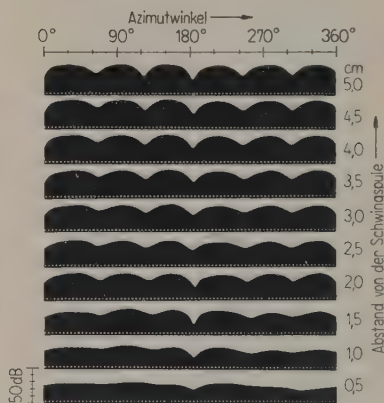


Abb. 11. Amplitudenverteilung auf einem Innenkonus bei 452 Hz.

fen Impulsen wird ein bistabiler Multivibrator gesteuert. Von dem entstehenden zehackten Gleichstrom wird der zeitliche Mittelwert gebildet, dieser ist eine lineare Funktion der Phasenverschiebung zwischen den erwähnten beiden Spannungen; er wird in einem Gleichstrominstrument angezeigt. Zur Registrierung wird die am Anzeigeinstrument liegende Gleichspannung zerhackt, verstärkt und einem Pegelschreiber mit linearer Anzeige zugeführt.

Die Abb. 12 zeigt für einen geraden Konus bei einer Frequenz von 420 Hz in den oberen vier Reihen die Amplitude in linearem Maßstab (die Zahlen am rechten Rand bezeichnen die Abstände von der Schwingspule); darunter sind die Phasenverhältnisse auf der Membran dargestellt. Amplituden- und Phasenwelligkeit nehmen, wie zu erwarten war, zum Konuszentrum hin ab. Bei tiefen Frequenzen ist es möglich, die Amplitude der kolbenartigen Bewe-

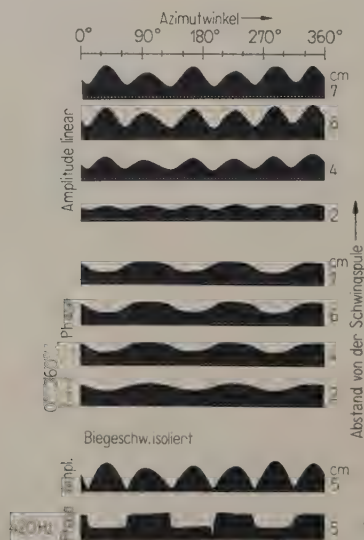


Abb. 12. Amplituden- und Phasenverteilung auf einer geraden Konusmembran bei 420 Hz.

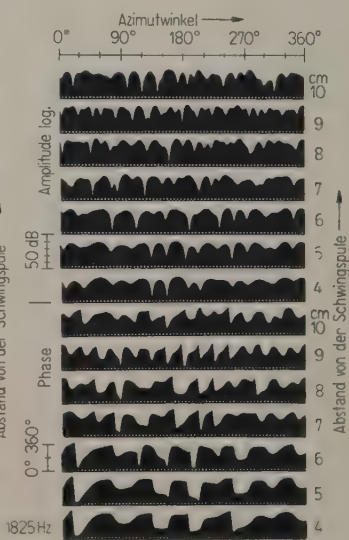


Abb. 13. Amplituden- und Phasenverteilung auf einer geraden Konusmembran bei 1825 Hz.

gungskomponente elektrisch zu kompensieren und die Biegewellen zu trennen. Dazu wird im Zentrum des Konus die Amplitude aufgenommen und die Spannung im Meßkanal durch Einführung einer konstanten, gleich großen gegenphasigen Wechselspannung kompensiert. Unter der Voraussetzung, daß die Amplitude unmittelbar an der Schwingspule die Kolbenbewegung des ganzen Konus bestimmt, was bei tiefen Frequenzen hinreichend genau erfüllt ist, entsprechen die nach der Kompensation angezeigte Spannung und deren Phase allein den Biegeschwingungen auf dem Konus. Die beiden untersten Streifen im Diagramm zeigen für einen Umlauf eine Amplitudenkurve mit äquidistanten Nullstellen und eine Phasenkurve mit Differenzen von 180° zwischen benachbarten Maxima.

Die Abb. 13 (gerader Konus bei 1825 Hz) zeigt eine komplexe Konfiguration mit Phasenänderungen auch in radialer Richtung. (Die Amplituden sind dabei in logarithmischem Maßstab aufgetragen.)

Bisher wurden vorwiegend die azimutalen Unterteilungen betrachtet. Aus den vorangegangenen Abbildungen läßt sich wegen der erheblichen azimutalen Amplitudenschwankungen ein Amplitudengang in radialer Richtung nur schlecht erkennen. Wenn man jedoch auf eine Untersuchung einzelner Eigenresonanzen verzichtet und sich statt dessen für eine über viele Membran-Eigenschwingungen gemittelte Amplitudenverteilung interessiert, so kann man die Messungen bei Anregung des Lautsprechers mit einem Frequenzband (Wobbeln oder Rauschen) durchführen. Hierbei bleibt die zeitlich gemittelte

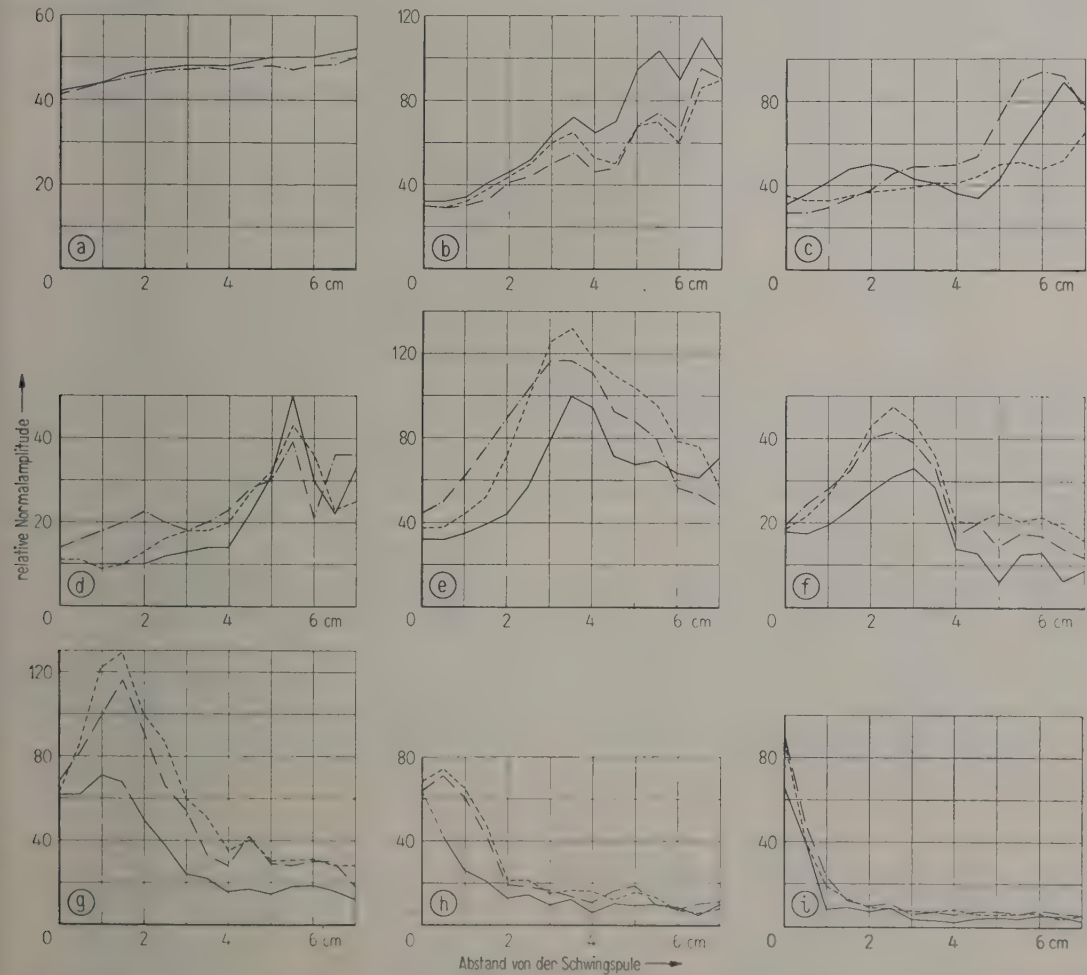


Abb. 14. (a) Nawi-Membran bei 210 Hz; Amplitudenverteilung auf zwei verschiedenen Membranradien. (b) Nawi-Membran, Wobbelband 0,6 bis 1,2 kHz; Amplitudenverteilung auf drei verschiedenen Membranradien. (c) Nawi-Membran, Wobbelband 1 bis 1,5 kHz. (d) Nawi-Membran, Wobbelband 1,5 bis 2 kHz. (e) Nawi-Membran, Wobbelband 2 bis 3 kHz. (f) Nawi-Membran, Wobbelband 3 bis 5 kHz. (g) Nawi-Membran, Wobbelband 5 bis 7 kHz. (h) Nawi-Membran, Wobbelband 7 bis 10 kHz. (i) Nawi-Membran, Wobbelband 10 bis 12 kHz.

Amplitude der Biegeschwingungen bei Abtastung in azimuthaler Richtung angenähert konstant. Die Schwingungsverteilung entlang verschiedener Radien bei jeweils festgehaltenen Azimutwinkeln wurde durch punktweise Abtastung ermittelt. Die Ergebnisse an einer Nawi-Membran für den Frequenzbereich von 0,21 bis 12 kHz sind in den Abb. 14 a bis 14 i dargestellt. Als Abszisse ist die Entfernung des Meßpunktes von der Schwingspule aufgetragen, als Ordinate die Normalamplitude in linearem Maßstab.

Bei 210 Hz (Abb. 14 a) schwingt der Konus starr, der geringe Amplitudenabfall zum Zentrum kommt durch die Schrägstellung der Sonde gegen die Mittelachse des Lautsprechers zustande, es wird nur eine Komponente der axialen Bewegung normal zur Membranfläche von der Sonde aufgenommen. Die weiteren Diagramme zeigen, wie sich mit ansteigender Frequenz eine Ringzone maximaler Amplitude vom Konusrand löst und nach innen wandert.

Ähnliche Bilder werden für Lautsprecher mit geradem Konus erhalten; bei den Innenkonen von Doppelkonus-Lautsprechern löst sich (offenbar wegen der kleineren Abmessungen) die Ringzone maximaler Amplitude erst bei höheren Frequenzen vom Konusrand.

5. Schallabstrahlung

Zur Frage nach der Schallabstrahlung sei auf das Verhalten einer zu Biegeschwingungen angeregten Platte in Luft verwiesen [6]: Unterhalb einer Grenzfrequenz — bei der die Wellenlängen von Luftschall und Biegeschwingungen auf der Platte gleich groß sind — wird weniger Schall abgestrahlt als oberhalb (eine unendlich große, ungedämpft schwingende Platte kann unterhalb der Grenzfrequenz überhaupt nicht abstrahlen).

Beim Lautsprecher befinden sich benachbarte gegenphasig schwingende Membrangebiete bei der geringen Phasengeschwindigkeit der auf dem Konus in azimuthaler Richtung laufenden Biegewellen stets in einem Abstand kleiner als die entsprechende halbe Schallwellenlänge in Luft. Die azimuthalen Untertei-

lungen sind daher hochgradig akustisch kurzgeschlossen und können nicht wesentlich zur Schallabstrahlung beitragen. Wegen der höheren Biegewellengeschwindigkeit in radialer Richtung besitzt die Konusbewegung bei tiefen und mittleren Frequenzen neben azimuthalen Unterteilungen eine annähernd gleichphasige Komponente, die den Hauptteil der Schallabstrahlung liefert. Für den analogen Fall schwingender Kreislplatten mit Knotenlinien hat McLACHLAN [7] Berechnungen angestellt.

Die Verhältnisse für Unterteilungen und Phasenänderungen in radialer Richtung sind komplizierter und wichtiger. Die Tatsache, daß bis zu höchsten Frequenzen beträchtlich Schall abgestrahlt wird, beweist, daß der Druckausgleich gegenphasig schwingender Membrangebiete sehr unvollkommen ist. Hier müssen weitere Fragen der Biegewellenausbreitung auf dem Konus in radialer Richtung geklärt werden.

Herrn Professor Dr. E. MEYER danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für viele wertvolle Ratschläge.

(Eingegangen am 1. November 1955.)

Schrifttum

- [1] McLACHLAN, N. W., *Loudspeakers (theory, performance, testing and design)*. Clarendon Press, Oxford 1934 (darin weitere Literaturangaben).
- [2] BENECKE, H., Über die Schwingungsformen von Konusmembranen. *Z. techn. Phys.* **13** [1932], 481.
- [3] SCHAFFSTEIN, G., Untersuchungen an Konuslautsprechern. *Hochfrequenztechn. u. Elektroakust.* **45** [1935], 204.
- [4] BORDONI, G., Asymmetrical vibrations of cones. *J. acoust. Soc. Amer.* **19** [1947], 147.
- [5] CORRINGTON, M. S. and KIDD, M. C., Amplitude and phase measurements on loudspeaker cones. *Proc. Inst. Radio Engrs.* **39** [1951], 1021.
- [6] GÖSELE, K., Schallabstrahlung durch Platten, die zu Biegeschwingungen angeregt sind. *Acustica* **3** [1953], 243.
- [7] McLACHLAN, N. W., Verteilung der Schallstrahlung von Kreisscheiben mit Knotenlinien. *Ann. Phys., Lpz.* (5), **15** [1932], 422. — Die ausgestrahlte Schalleistung von Kreisscheiben mit Knotenlinien. *Ann. Phys., Lpz.* (5), **15** [1932], 440.

SUR LA TRANSMISSION DES BRUITS DE CHOC PAR LES PLANCHERS FLOTTANTS

par M. FORT

Centre National de la Recherche Scientifique, C.R.S.I.M., Marseille

Sommaire

On a recherché une explication théorique des résultats obtenus en laboratoire sur des planchers à dalle flottante en admettant, pour simplifier, que les conditions aux limites de la dalle flottante et de la plaque portante soient les mêmes.

Tout choc appliqué est représenté par une série de Fourier; par sommation des effets harmoniques, on peut évaluer l'énergie acoustique émise dans la salle d'écoute.

La comparaison des énergies moyennes rayonnées sous un plancher de référence (plaque simple) d'une part et sous le même plancher traité (système de deux plaques couplées par élasticité) d'autre part, permet d'exprimer l'amélioration introduite. La formule finale fait intervenir les caractéristiques des deux plaques et celles de la couche insonorisante; une meilleure connaissance de ces dernières doit pouvoir permettre la prévision de l'amélioration à partir de mesures sur petits échantillons d'isolants, ce qui éviterait les méthodes actuelles, longues et coûteuses.

Zusammenfassung

Es wird eine theoretische Erklärung für die bei Laboratoriumsmessungen „schwimmender Estriche“ in Form fester Platten gewonnenen Ergebnisse ausgearbeitet, wobei zur Vereinfachung gleiche Randbedingungen für die schwimmende und die tragende Platte angesetzt werden.

Wenn man jeden Anregungsstoß durch eine Fourierreihe darstellt, kann man durch Summation über die Harmonischen die in den Testraum abgestrahlte akustische Energie berechnen.

Durch Vergleich der mittleren abgestrahlten Energie unter einem Bezugs-Estrich (Einzelplatte) mit derjenigen unter dem gleichen Estrich nach zusätzlichen Dämpfungsmaßnahmen (Zweiplattensystem mit elastischer Kopplung) läßt sich die erreichte Verbesserung bestimmen. Die endgültige Formel enthält die Konstanten der beiden Platten und der Zwischenschicht. Genauere Kenntnisse über die Konstanten der elastischen Zwischenschicht würden eine Vorausberechnung der Verbesserung auf Grund von Messungen an kleinen Dämmstoffproben ermöglichen, so daß man die jetzt üblichen langwierigen und kostspieligen Meßmethoden vermeiden könnte.

Summary

Theoretical results are presented on the transmission of impact sounds by floors with floating slabs on the assumption of equal boundary conditions for floor and slab.

The shock is represented by a Fourier series, by summing the terms of which the acoustic energy transmitted to the auditorium is calculated. A simple system consisting of a single plate is compared from this point of view with a coupled system (two plates elastically coupled). The final formula brings in the characteristics of the two plates and the layer between them. It seems possible to predict the improvement to be attained with specific constructions from tests on small specimens, avoiding costly and tedious full-scale experiments.

1. Généralités

1.1. Description d'un plancher flottant

Un tel plancher, dont la Fig. 1 représente une coupe, est constitué par trois éléments principaux:

La plaque portante

Dans la construction actuelle, c'est généralement un plancher en béton armé coulé sur corps creux en céramique ou en béton.

Le matelas élastique

Il peut être d'une nature extrêmement variée, chaque producteur s'ingéniant à découvrir le ma-

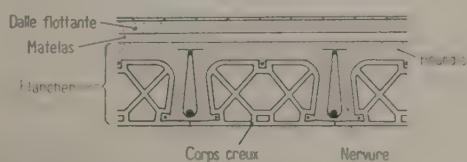


Fig. 1. Vue en coupe d'un plancher avec dalle flottante.

tériau le meilleur et le moins cher, en partant souvent de déchets ou de sous-produits. En plus des propriétés élastiques, certaines conditions de longévité ou d'efficacité doivent être assurées parmi lesquelles ressortent entre autres l'imputrescibilité, la résistance au tassement, à l'humidité et à la chaleur (chauffage par le sol).

La dalle flottante

C'est une simple dalle de répartition en béton, très faiblement ou non armée, sur laquelle est posé le revêtement de sol.

À côté de ces planchers à proprement parler «flottants», ou plutôt «à dalle flottante», on rencontre parfois des variantes munies d'un parquet sur lambourdes posé sur des bandes résilientes molles ou sur un matelas continu, ou bien d'une dalle supportée par une succession de plots ou de bandes élastiques. Nous ne pensons pas qu'ils soient appelés à se généraliser.

1.2. Installation et méthode de mesures

Les mesures ont été réalisées au Laboratoire d'Acoustique et Vibrations du Centre de Recherches Scientifiques, Industrielles et Maritimes de Marseille. L'installation consiste en deux locaux superposés, séparés par un plancher expérimental. On a opéré en conformité avec les «Règles applicables, dans les laboratoires et dans la pratique courante, à la mesure de la transmission des sons aériens et des bruits de choc» adoptées lors du Colloque International d'Acoustique Architecturale de Marseille (1950).

1.3. Schématisation du système en vue du calcul

Précisons la position du problème dont la Fig. 2 représente le plus fidèlement possible les données. Le plancher portant est remplacé par une plaque équivalente d'épaisseur constante, supposée justifiable de la théorie des plaques minces.



Fig. 2. Vue schématique d'un plancher avec dalle flottante.

On ne connaît pas les fonctions propres de l'ensemble des deux plaques couplées, satisfaisant au système des équations et à celui des conditions aux limites; il faut donc chercher des fonctions approchées.

Si on traite le problème régi par les conditions aux limites «vraies» de la Fig. 2, on parvient soit à des calculs inextricables, soit à la nécessité d'hypo-

thèses simplificatrices excessives, suivant les fonctions approchées envisagées.

On est conduit alors à considérer des problèmes voisins faisant intervenir une approximation:

- soit sur les équations, les conditions aux limites étant respectées;
- soit sur les conditions aux limites de l'une des deux plaques, les équations de l'élasticité étant conservées.



Fig. 3. Schématisation du système en vue du calcul.

Le problème régi par des équations approchées appelle des hypothèses difficilement justifiables; nous nous bornerons à admettre (Fig. 3):

HYPOTHESE I

Les conditions aux limites de la plaque supérieure sont les mêmes que celles de la plaque inférieure.

L'approximation paraît raisonnable parce que:

- les appuis réels, étendus, sont physiquement mal définis;
- la présence du matelas élastique sous toute la surface de la dalle flottante de faible rigidité (résistance certainement insuffisante pour lui permettre de supporter son propre poids si elle ne reposait que sur ses bords) rend pratiquement indifférentes les conditions aux limites à une petite distance du contour.

1.4. But du calcul et schématisation du procédé

Nous nous proposons d'évaluer l'amélioration introduite par l'adjonction d'une dalle flottante à un plancher de référence.

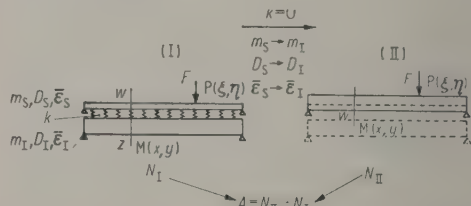


Fig. 4. Schématisation du procédé de calcul de l'amélioration.

Considérons le cas (I) de la Fig. 4. De la connaissance de z , on déduit la valeur du niveau sonore dû au rayonnement de la plaque portante dans la salle de réception, soit N_I . Dans l'expression de w , on fait $k=0$ et on remplace les caractéristiques de la plaque supérieure (indice S) par celles de la plaque inférieure (indice I), ce qui revient à se placer dans le cas figuré en (II); on évalue le niveau sonore N_{II} . La différence $A = N_{II} - N_I$ en fonction de la fréquence représente l'amélioration.

1.5. Principe du calcul

La plaque portante inférieure, supposée mince et d'épaisseur constante, repose librement sur son pourtour; elle est recouverte par une couche uniforme d'un matériau présentant certaines caractéristiques d'élasticité et d'amortissement; une dalle d'épaisseur nettement moindre que celle de la première plaque est coulée par dessus. Nous supposons pour simplifier que cette dalle est soumise aux mêmes conditions aux limites que la plaque inférieure, c'est-à-dire qu'elle repose librement sur des appuis rigides le long de ses bords.

Les déplacements de chaque plaque sont comptés à partir du plan de référence défini par son contour d'appui; deux de ses côtés sont confondus avec les axes $0x$ et $0y$. Les deux plaques ont mêmes dimensions en plan $a \times b$.

La masse du matelas est supposée négligeable, de sorte que le problème ne comporte qu'un couplage par élasticité.

Cette schématisation du système assure les mêmes fonctions propres aux deux plaques, ce qui permet le développement des déplacements et de la force appliquée en série des mêmes fonctions et facilite le calcul.

Nous admettons qu'au point $P(\xi, \eta)$ de la plaque supérieure agit une force périodique F de période 2θ , dont l'intensité est 1 pendant la durée 2τ et nulle pendant le reste de la période; elle est décomposable en série de Fourier par rapport à la variable temps. Chacune des composantes sinusoïdales de la suite de chocs provoque un certain régime vibratoire du système qui se traduit dans la salle de réception par un apport d'énergie acoustique à la fréquence imposée, au voisinage du point $M(x, y)$.

Conformément aux prescriptions normalisées, on relève le niveau sonore moyen:

- dans le temps, en observant la déviation de l'appareil de mesures;
- pour tous les points d'excitation, en modifiant la position et l'orientation de la machine à frapper sur le plancher;
- pour tous les points d'écoute, en plaçant le microphone en divers points de la salle de réception pour chaque position de la machine à frapper.

Nous calculerons la moyenne de l'énergie, donc du niveau sonore, à la fois dans le temps, pour tous les points d'excitation et pour tous les points d'écoute possibles.

Expérimentalement, le son perçu est analysé en octaves par un filtre de bandes. Du fait de la linéarité du système différentiel, le principe de superposition est applicable; ainsi, l'énergie totale fournie dans chaque bande s'exprime par la somme des termes résultant de la contribution de F dont la

fréquence est comprise dans la bande étudiée. Le calcul exige le remplacement de cette somme par une intégration entre deux bornes correspondant aux fréquences limites des octaves. La quantité ainsi évaluée est fonction de la fréquence.

2. Calcul de l'amélioration

2.1. Notations

x, y	coordonnées courantes de l'ensemble des deux plaques, définissant le point M du plan de référence;
a, b	dimensions en plan des deux plaques; les frontières sont définies par: $x=0, a$; $y=0, b$;
w	déplacement spatial de la plaque supérieure;
z	déplacement spatial de la plaque inférieure;
D_i	rigidité à la flexion d'une plaque mince d'épaisseur h_i ($i=I, S$);
$m_i \equiv \mu_i D_i$	masse par unité de surface d'une plaque ($i=I, S$);
$k \equiv k_i D_i$	coefficient de couplage entre les deux plaques dû au matelas élastique; lorsque la distance entre deux points superposés varie de δe , ce dernier oppose une réaction $k \delta e$;
$\varepsilon_i \equiv \varepsilon_i D_i$	facteur d'amortissement d'une plaque sur matelas élastique;
ε	facteur d'amortissement du matelas élastique sous charge;
P	point d'application de l'impact, de coordonnées (ξ, η) ;
$F \equiv F_s D_s$	force appliquée au point P ;
2τ	durée d'application de la force F ;
2θ	durée de récurrence de la force F ;
M	point d'écoute, de coordonnées (x, y) .

2.2. Représentation analytique de l'impact

L'impact d'amplitude 1 est représenté par:

$$F(t) = \frac{\tau}{\theta} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi\tau}{\theta} \cos \frac{n\pi}{\theta} t}{n}$$

Le terme τ/θ n'intervenant pas dans l'entretien des vibrations, l'excitation élémentaire d'ordre n est

$$F^{(n)}(t) = \frac{2}{\pi} \frac{\sin \frac{n\pi\tau}{\theta} \cos \frac{n\pi}{\theta} t}{n}$$

2.3. Expression analytique des données du problème

Si nous supposons que l'amortissement du système plaque - matelas reposant sur un plan infiniment rigide immobile change peu lorsqu'on passe à un plan qui se déforme par vibrations de faible amplitude (ce qui revient à négliger les termes $-\varepsilon \dot{z}$ et $-\varepsilon \dot{w}$ respectivement dans la première et dans la deuxième des équations ci-dessous), les données du problème sont exprimées par le système:

$$\begin{aligned}
\Delta \Delta w(x, y; t) + k_S w(x, y; t) + \varepsilon_S \dot{w}(x, y; t) + \mu_S \ddot{w}(x, y; t) - k_S z(x, y; t) &= F_S(\xi, \eta; t), \\
\Delta \Delta z(x, y; t) + k_I z(x, y; t) + \varepsilon_I \dot{z}(x, y; t) + \mu_I \ddot{z}(x, y; t) - k_I w(x, y; t) &= 0; \\
w(0, y) = w(a, y) = w(x, 0) = w(x, b) = z(0, y) = z(a, y) = z(x, 0) = z(x, b) &= 0, \\
M_w(0, y) = M_w(a, y) = M_w(x, 0) = M_w(x, b) = M_z(0, y) = M_z(a, y) = M_z(x, 0) = M_z(x, b) &= 0
\end{aligned} \tag{1}$$

avec $M_w(0, y) = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0}$ etc.

2.4. Résolution; Expression du rapport des énergies

Soit $\varphi(x, y)$ une fonction solution de:

$$\begin{aligned}
\Delta \Delta \varphi(x, y) - \lambda^4 \varphi(x, y) &= 0, \\
\varphi(0, y) - \varphi(a, y) = \varphi(x, 0) - \varphi(x, b) &= 0, \\
M_\varphi(0, y) = M_\varphi(a, y) = M_\varphi(x, 0) = M_\varphi(x, b) &= 0.
\end{aligned}$$

Ces équations admettent les fonctions propres:

$$\varphi_{rs}(x, y) = \Xi_r(x) \cdot H_s(y)$$

qui forment une base; toute fonction satisfaisant aux mêmes conditions aux limites peut être développée en série de φ_{rs} , ce qui permet de poser:

$$\begin{aligned}
w(x, y; t) &= \sum_r \sum_s \varphi_{rs}(x, y) \cdot p_{rs}(t), \\
z(x, y; t) &= \sum_r \sum_s \varphi_{rs}(x, y) \cdot q_{rs}(t), \\
F(\xi, \eta; t) &= \sum_r \sum_s \varphi_{rs}(\xi, \eta) \cdot Q_{rs}(t).
\end{aligned}$$

Mais $\Delta \Delta \varphi - \lambda^4 \varphi = (\Delta - \lambda_{rs}^2) (\Delta + \lambda_{rs}^2) \varphi$.

On peut donc prendre $\varphi_{rs} = \sin \frac{r \pi x}{a} \cdot \sin \frac{s \pi y}{b}$

de norme $N = \frac{a b}{4}$, avec $\lambda_{rs}^2 = -\pi^2 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)$.

En multipliant chacune des équations de (1) par $\varphi_{rs}(x, y)$ et en intégrant dans tout le domaine ($0 \leq x \leq a$; $0 \leq y \leq b$), le système se décompose en une infinité de système:

$$\begin{aligned}
(\lambda_{rs}^4 + k_S) p_{rs} + \varepsilon_S \dot{p}_{rs} + \mu_S \ddot{p}_{rs} - k_S q_{rs} &= \frac{1}{N D_S} Q_{rs}, \\
(\lambda_{rs}^4 + k_I) q_{rs} + \varepsilon_I \dot{q}_{rs} + \mu_I \ddot{q}_{rs} - k_I p_{rs} &= 0.
\end{aligned} \tag{2}$$

Or, $F(\xi, \eta; t) = \sum_{n=1}^{\infty} F^{(n)}(\xi, \eta; t)$.

D'où: $Q_{rs}(t) = \sum_n Q_{rs}^{(n)}(t)$,
 $p_{rs}(t) = \sum_n p_{rs}^{(n)}(t)$, $q_{rs}(t) = \sum_n q_{rs}^{(n)}(t)$.

Chaque système d'équation (2) se sépare donc à son tour en une infinité de systèmes:

$$\begin{aligned}
\left[\pi^4 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 + k_S + 4 \varepsilon_S i n \pi - 16 \mu_S n^2 \pi^2 \right] p_{rs}^{(n)} - k_S q_{rs}^{(n)} &= \frac{2}{\pi N D_S} \sin \frac{r \pi \xi}{a} \sin \frac{s \pi \eta}{b} \sin 4 n \pi \tau \frac{e^{i n \pi t}}{n}, \\
-k_I p_{rs}^{(n)} + \left[\pi^4 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 + k_I + 4 \varepsilon_I i n \pi - 16 \mu_I n^2 \pi^2 \right] q_{rs}^{(n)} &= 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Du fait de l'excitation en $P(\xi, \eta)$, l'énergie acoustique au contact de la face inférieure de la plaque portante, au voisinage du point $M(x, y)$, est:

— pour le plancher de référence

$$\begin{aligned}
W_{II} &= A \sum_n \sum_r \sum_s (\dot{w})_{k=0} (\dot{w})_{k=0}^* \\
&= B \sum_n \sum_r \sum_s [\varphi_{rs}(x, y)]^2 [p_{rs}^{(n)}(\xi, \eta)] [p_{rs}^{(n)}(\xi, \eta)]^* \times \\
&\quad \times n^2 \sin^2 4 n \pi t
\end{aligned}$$

où $(w)_{k=0}$ désigne le déplacement de la plaque en l'absence de couplage;

— pour le plancher avec dalle flottante

$$\begin{aligned}
W_I &= A \sum_n \sum_r \sum_s \dot{z} \dot{z}^* \\
&= B \sum_n \sum_r \sum_s [\varphi_{rs}(x, y)]^2 [q_{rs}^{(n)}(\xi, \eta)] [q_{rs}^{(n)}(\xi, \eta)]^* \times \\
&\quad \times n^2 \sin^2 4 n \pi t.
\end{aligned}$$

En prenant les valeurs moyennes, conformément aux conditions de mesure exposées plus haut, on trouve pour expression de l'amélioration dans l'octave ($f, 2f$) où $f = 2\nu$:

$$A(f_m = 3\nu) = 10 \log_{10} \frac{\sum_{n=\nu}^{2\nu} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} [\overline{p_{rs}}] [\overline{p_{rs}}]^* n^2}{\sum_{n=\nu}^{2\nu} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} [\overline{q_{rs}}] [\overline{q_{rs}}]^* n^2}$$

2.5. Hypothèses préliminaires et remarques

HYPOTHESE II

A partir d'un certain rang de sommation, l'influence du matelas élastique sur la déformation des plaques devient négligeable.

Cette propriété résulte de ce que:

$$16 \pi^2 m_i n^2 \gg k.$$

Le cas le plus défavorable est celui de la dalle flottante; pour une masse de l'ordre de quelques dizaines de grammes par centimètre carré, la condition est bien réalisée si $n^2 \geq 500$, donc déjà pour $n > 50$ (correspondant à $f = 100$ Hz).

HYPOTHESE III

Le rapport des épaisseurs des plaques est tel que:

$$(\mu_S + \mu_I)^2 \gg 2 \mu_S \mu_I.$$

En posant $\delta h_S = h_I$, l'inégalité:

$$(1 + \delta^2)^2 \gg 2 \delta^2$$

est en effet largement vérifiée pour la valeur raisonnable $\delta = 4$.

HYPOTHESE IV

Seules les fréquences pseudo-résonantes contribuent appréciablement à l'émission d'énergie sonore dans la salle d'écoute.

Prenons pour exemple le cas de la plaque seule; l'énergie est de la forme:

$$\sum_n \sum_r \sum_s \frac{1}{(\lambda^4 - \alpha n^2)^2 + \beta n^2}.$$

α, β étant certaines constantes; on peut considérer les trois sommes partielles:

— termes sous-résonants ($\lambda^4 \ll \alpha n^2$):

$$\sum_{\lambda \ll} \sim \sum \frac{1}{\alpha^2 n^4},$$

— termes résonants ($\lambda^4 = \alpha n^2$):

$$\sum_{\lambda =} = \sum \frac{1}{\beta n^2},$$

— termes sous-résonants ($\lambda^4 \gg \alpha n^2$):

$$\sum_{\lambda \gg} < \sum \frac{1}{\lambda^8} \ll \sum \frac{1}{\alpha^2 n^4},$$

La validité de l'hypothèse en résulte.

Pour les deux plaques couplées, le procédé est le même avec des calculs beaucoup plus compliqués.

REMARQUE I

Considérons une valeur n_i de n dans le domaine $(\nu, 2\nu)$. Il lui correspond $\varphi(n_i)$ couples (r, s) qui, par annulation de $F(n)$, assurent la résonance d'un certain système, de sorte que:

$$\sum_{n=\nu}^{2\nu} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{F(\lambda, n) + G(n)} = \sum_{n=\nu}^{2\nu} \frac{\varphi(n)}{G_1(n)}.$$

Ou encore, en confondant cette somme avec l'évaluation d'une aire:

$$\sum_{n=\nu}^{2\nu} \frac{\varphi(n)}{G_1(n)} \sim \int_{\nu}^{2\nu} \frac{\varphi(n)}{G_1(n)} dn.$$

$\varphi(n)$ est une fonction que nous savons déterminer par comptage dans le plan de phase, mais que nous ne savons pas exprimer. Appliquons la première formule de la moyenne:

$$\int_{\nu}^{2\nu} \frac{\varphi(n)}{G_1(n)} dn = \varphi(N) \int_{\nu}^{2\nu} \frac{dn}{G_1(n)}$$

$\varphi(N)$ désignant une valeur de $\varphi(n)$ dans l'intervalle $\nu \leq n \leq 2\nu$.

L'analyse par bandes se traduit par le fait que l'on s'interdit de discriminer entre les diverses fréquences de chacune d'entre elles et sa fréquence moyenne; nous pouvons alors admettre:

$$\varphi(N) \sim \overline{\varphi(n)}.$$

De même, pour un système que nous comparons au premier:

$$\varphi(N') \sim \overline{\varphi(n')}.$$

Dans ces conditions:

$$\frac{\overline{\varphi(n)}}{\varphi(n)} = \frac{\Psi^{2\nu}}{\Phi^{2\nu}}.$$

$\Phi^{2\nu}$ et $\Psi^{2\nu}$ désignent le nombre total de fois où, dans une même octave, les conditions de résonance sont réalisées pour chacun des systèmes respectivement.

REMARQUE II

Essayons de chiffrer la diminution que subit, dans la largeur d'une bande, l'énergie apportée par une résonance.

Considérons, par exemple, dans le cas de la plaque simple, la résonance située exactement à la fréquence moyenne de l'octave $(\nu, 2\nu)$:

— énergie fournie à la limite inférieure de fréquence ($\lambda_{\min}^4 = \alpha \nu^2$)

$$\frac{16}{25 \alpha^2 \nu^4 + 36 \beta \nu^2},$$

— énergie fournie à la fréquence de résonance ($\lambda_{\text{rés}}^4 = \frac{9}{4} \alpha \nu^2$)

$$\frac{4}{9 \beta \nu^2},$$

— énergie fournie à la limite supérieure de fréquence ($\lambda_{\max}^4 = 4 \alpha \nu^2$)

$$\frac{16}{49 \alpha^2 \nu^4 + 36 \beta \nu^2}.$$

Chacune des courbes de résonance est pratiquement contenue en entier dans la largeur d'une octave. La contribution de chaque résonance à l'apport d'énergie dans les bandes adjacentes est négligeable en moyenne; ceci est d'autant mieux justifié que nos octaves de mesures se recoupent par moitié.

2.6. Expression en termes finis de l'amélioration

$$\mathcal{A} = 10 \log_{10} \frac{N}{D}.$$

2.6.1. Évaluation de \mathcal{N} (énergie transmise par la plaque simple)

On tire de (3):

$$n^2 [p_{rs}^{(n)}] [p_{rs}^{(n)}]^* = \frac{4 \sin^2 4 n \pi \tau}{\pi^2 N^2 D_1^2} \cdot \frac{1}{\left[\pi^4 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 - 16 \mu_1 n^2 \pi^2 + i 4 \varepsilon_1 n \pi \right] \left[\pi^4 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 - 16 \mu_1 n^2 \pi^2 - i 4 \varepsilon_1 n \pi \right]}.$$

A la résonance, seuls subsistent les termes contenant le facteur d'amortissement:

$$n^2 [\widehat{p_{rs}^{(n)}}] [\widehat{p_{rs}^{(n)}}]^* = \frac{4 \sin^2 4 n \pi \tau}{\pi^2 N^2 D_1^2 16 \pi^2 \varepsilon_1^2 n^2}.$$

D'où:

$$\mathcal{N} = \frac{\Psi_\nu^{2\nu}}{4 \pi^4 N^2 \varepsilon_1^2} \sum_{n=\nu}^{2\nu} \frac{\sin^2 4 n \pi \tau}{n^2}.$$

2.6.2. Évaluation de \mathcal{D} (énergie transmise par le système des deux plaques)

$$n^2 [q_{rs}^{(n)}] [q_{rs}^{(n)}]^* = \frac{4 k^2 \sin^2 4 n \pi \tau}{\pi^2 N^2 D_S^2 D_I^2} \cdot \left\{ \frac{1}{\left[\pi^4 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 + k_S - 16 \mu_S n^2 \pi^2 + i 4 \varepsilon_S n \pi \right] \left[\pi^4 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 + k_I - 16 \mu_I n^2 \pi^2 + i 4 \varepsilon_I n \pi \right]} \right\} \cdot \left\{ \frac{1}{\left[\pi^4 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 + k_S - 16 \mu_S n^2 \pi^2 + i 4 \varepsilon_S n \pi \right] \left[\pi^4 \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 + k_I - 16 \mu_I n^2 \pi^2 + i 4 \varepsilon_I n \pi \right]} \right\}^*.$$

En écrivant que les termes du dénominateur ne contenant pas le facteur d'amortissement s'annulent, on trouve pour condition de résonance:

$$\lambda_{rs}^8 + \lambda_{rs}^4 [k_S + k_I - 16 \pi^2 (\mu_S + \mu_I) n^2] - 16 \pi^2 (k_S \mu_I + k_I \mu_S) n^2 + 256 \pi^4 \mu_S \mu_I n^4 = 0.$$

Il est facile de voir que, dans le domaine qui nous intéresse, il existe toujours des racines positives $\lambda_{rs} = \lambda_{rs}(n)$; moyennant les hypothèses faites, elles fournissent la condition simplifiée:

$$\lambda_{rs}^4 \sim 16 \pi^2 (\mu_S + \mu_I) n^2.$$

Il en résulte:

$$\mathcal{D} = \frac{4 k^2 \Phi_\nu^{2\nu}}{\pi^2 N^2 D_S^2 D_I^2} \cdot \sum_{n=\nu}^{2\nu} \frac{\sin^2 4 n \pi \tau}{[256 \pi^4 (\varepsilon_S^2 \mu_S^2 + \varepsilon_I^2 \mu_I^2) n^4 - 2 \varepsilon_S \varepsilon_I k_S k_I] n^2}.$$

2.6.3. Évaluation de $\Theta = \Psi/\Phi$

Dans le plan de phase ($r/a, s/b$) où l'image de chacune des fréquences propres est un point T de coordonnées r/a et s/b ,

$$R^2 = \frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2}$$

représente un cercle centré à l'origine, de rayon R .

La condition de résonance pour la plaque simple s'écrit:

$$\left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2} \right)^2 = \frac{16}{\pi^2} \mu_1 n^2.$$

A partir d'un certain rang, on peut:

- admettre que pour toute valeur de n se trouvent excitées des fréquences propres de la plaque, autrement dit, qu'il existe des couples (r, s) satisfaisant la relation précédente;
- confondre le nombre de valeurs propres (donc de points T) entre ν et 2ν avec l'aire comprise, dans le premier quadrant, entre les cercles de rayons:

$$R(\nu) = \left(\frac{16}{\pi^2} \mu_1 \nu^2 \right)^{1/4} \text{ et } R(2\nu) = \left(\frac{64}{\pi^2} \mu_1 \nu^2 \right)^{1/4}.$$

Ainsi:

$$\Psi_\nu^{2\nu} \sim \int_0^{\pi/2} d\theta \int_{R(\nu)}^{R(2\nu)} \varrho d\varrho = \frac{\pi}{2} \left[\frac{\varrho^2}{2} \right]_{R(\nu)}^{R(2\nu)} = \sqrt{\mu_1} \nu.$$

On obtient d'une façon analogue:

$$\Phi_\nu^{2\nu} \sim \sqrt{\mu_S + \mu_I} \nu.$$

Donc, pour n suffisamment grand, l'expression

$$\Theta \sim \frac{\sqrt{\mu_I}}{\sqrt{\mu_S + \mu_I}}$$

est une constante dans toutes les octaves.

En pratique, cette condition est réalisée dès la première bande de fréquences de mesure (entre les cercles de rayons 20 et 40, l'approximation fournit la valeur numérique 942 au lieu de 966).

2.6.4.   valuation des sommes

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(f_m=3\nu) &= 10 \log_{10} \frac{V\mu_I}{V\mu_S + \mu_I} \frac{D_S^2 D_I^2}{16 \pi^2 k^2 \varepsilon_I^2} \\
 &\quad \sum_{n=\nu}^{2\nu} \frac{\sin^2 4 n \pi \tau}{n^2} \\
 &\quad \sum_{n=\nu}^{2\nu} \frac{\sin^2 4 n \pi \tau}{[256 \pi^4 (\varepsilon_S^2 \mu_S^2 + \varepsilon_I^2 \mu_I^2) n^4 - 2 \varepsilon_S \varepsilon_I k_S k_I] n^2}
 \end{aligned}$$

Pour aboutir à une expression en termes finis de \mathcal{A} , il faut évaluer les deux sommes en n ; nous le ferons en remplaçant la sommation    indices discrets par une intégration entre les mêmes limites:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(f=3\nu) &= 10 \log_{10} \frac{V\mu_I}{V\mu_S + \mu_I} \frac{D_S^2 D_I^2}{16 \pi^2 k^2 \varepsilon_I^2} \\
 &\quad \int_{\nu}^{2\nu} \frac{dn}{n^2} \\
 &\quad \int_{\nu}^{2\nu} \frac{dn}{[256 \pi^4 (\varepsilon_S^2 \mu_S^2 + \varepsilon_I^2 \mu_I^2) n^4 - 2 \varepsilon_S \varepsilon_I k_S k_I] n^2} \\
 \mathcal{A}(f=3\nu) &= 10 \log_{10} \frac{1}{8 \pi^2} \frac{V\mu_I}{V\mu_S + \mu_I} \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_I} - 10 \log_{10} \cdot \\
 &\quad \cdot \left[\frac{\alpha \nu}{\beta} \left(\arctan \frac{\alpha \beta \nu}{2 \alpha^2 \nu^2 + \beta^2} + \arg \tanh \frac{\alpha \beta \nu}{2 \alpha^2 \nu^2 - \beta^2} \right) - 1 \right]
 \end{aligned}$$

en posant:

$$\begin{aligned}
 \alpha^4 &= 256 \pi^4 (\varepsilon_S^2 \mu_S^2 + \varepsilon_I^2 \mu_I^2), \\
 \beta^4 &= 2 \varepsilon_S \varepsilon_I k_S k_I.
 \end{aligned}$$

En vertu des hypothèses, on a

$$\begin{aligned}
 \Theta &\sim \frac{V\mu_I}{V\mu_S + \mu_I} \frac{1}{V1 + \delta^2} \sim \delta^{-2}, \\
 \beta &\sim \left(\frac{\varepsilon_I}{\varepsilon_S} \right)^{1/4} \left(\frac{k}{m_I} \right)^{1/2} \frac{1}{V128 \pi \delta}
 \end{aligned}$$

Donc:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(f_m=3\nu) &= 10 \log_{10} \frac{1}{8 \pi^2} \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_I} \frac{1}{\delta} - 10 \log_{10} \cdot \\
 &\quad \cdot \left[\frac{\alpha \nu}{\beta} \left(\arctan \frac{\alpha \beta \nu}{2 \alpha^2 \nu^2 + \beta^2} + \arg \tanh \frac{\alpha \beta \nu}{2 \alpha^2 \nu^2 - \beta^2} \right) - 1 \right], \\
 \mathcal{A}(f=3\nu) &= K - 10 \log_{10} \cdot \\
 &\quad \cdot \left[\varrho \left(\arctan \frac{\varrho}{2 \varrho^2 + 1} + \arg \tanh \frac{\varrho}{2 \varrho^2 - 1} \right) - 1 \right]
 \end{aligned}$$

avec $\varrho = \alpha \nu / \beta$.

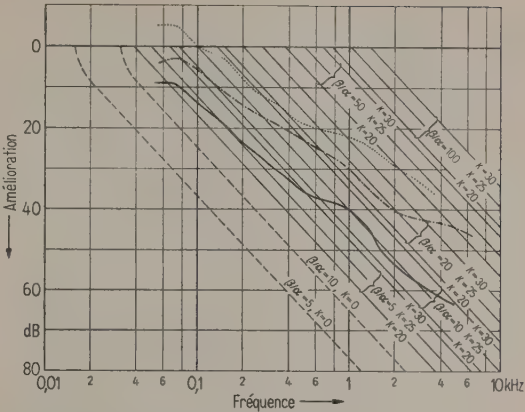


Fig. 5. Abaque de l'amélioration;
 $\mathcal{A}(f=3\nu) = K + 4 + 40 \log(\nu \beta / \alpha)$, $\varepsilon_S / \varepsilon_I = 1$;
 — Fibre de verre longue,
 - - - Fibre de verre courte,
 Vermiculite.

L'abaque de la Fig. 5 est tracé en tenant compte des domaines de variation probables:

$$5 < \beta / \alpha < 100, \quad -35 < K < -20.$$

Si on prend les développements en série des fonctions qui interviennent dans l'expression de \mathcal{A} , pour ϱ grand, on trouve

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(f=3\nu) &\sim K + 10 \log_{10} \frac{31}{80} + 40 \log_{10} \varrho \\
 &= K' + 40 \log_{10} \varrho.
 \end{aligned}$$

C'est la seule portion de courbe que nous aurons à considérer dans la pratique.

3. Résultats expérimentaux

Les figures ci-après traduisent les résultats de mesures effectuées en laboratoire. Le plancher de référence (coulé sur corps creux lors de tous les essais) et la dalle flottante étaient toujours en béton.

La Fig. 6 fait ressortir l'influence de l'élément portant par comparaison de deux planchers, l'un coulé sur corps creux en béton (B), l'autre sur corps creux en céramique (C), et revêtus par le même carrelage en gr  s. Non traités, ils ont un comportement presque identique; traités de la même manière (dalle flottante sur fibre de verre longue), leurs spectres (B_f) et (C_f) sont assimilables en moyenne à deux droites sensiblement parallèles. Les améliorations $\mathcal{A}(B)$ et $\mathcal{A}(C)$ peuvent également être considérées comme deux droites parallèles; l'influence du support (B), nettement visible sur le spectre (B_f), a beaucoup diminué sur $\mathcal{A}(B)$.

Les autres figures représentent l'amélioration due à diverses couches élastiques du commerce.

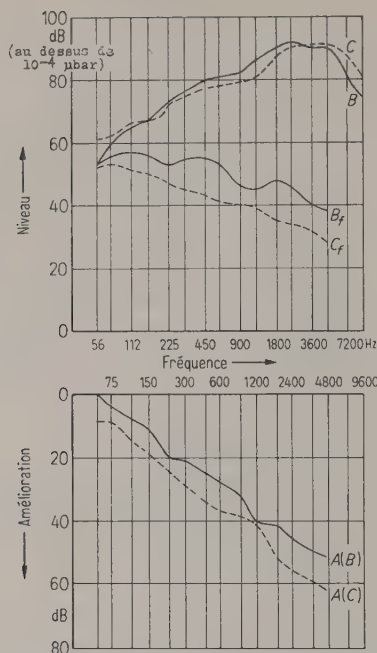


Fig. 6. Comparaison de deux planchers à dalle flottante ayant des éléments porteurs différents.

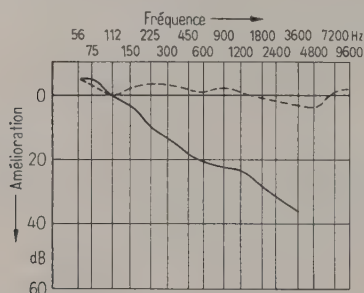


Fig. 7. Plancher coulé sur corps creux en céramique. Parquet collé en chêne étuvé;
— Vermiculite en vrac,
- - - Béton de vermiculite.

4. Conclusion

L'étude de la transmission des bruits de choc par les planchers flottants peut se faire théoriquement moyennant certaines hypothèses.

La théorie de L. CREMER suppose les plaques indéfinies et se déformant par ondes de flexion cylindriques; l'amortissement n'intervient pas dans les calculs. Les déplacements, rapportés à un système de coordonnées cylindriques dont l'origine est située au point d'impact, sont exprimés par une combinaison de deux fonctions de Hankel.

Pour notre part, nous avons supposé les plaques de dimensions finies et traité un problème aux limites, en faisant une approximation sur les condi-

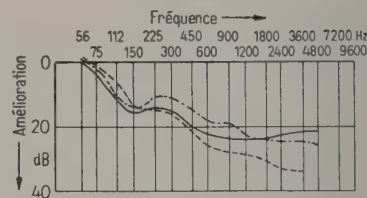


Fig. 8. Plancher coulé sur corps creux en céramique. Carreaux de ciment. Fibre de verre bakérisée:
— $e = 10,5$ mm,
- - - $e = 12,5$ mm,
... $e = 14,5$ mm.

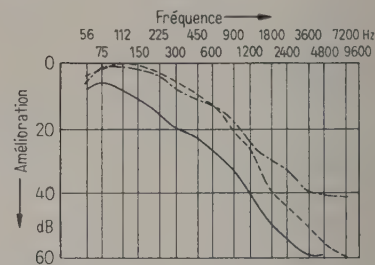


Fig. 9. Plancher coulé sur corps creux en céramique. Carrelage en grès;
— Laine minérale,
- - - Liège granulé,
... Liège expansé aggloméré.

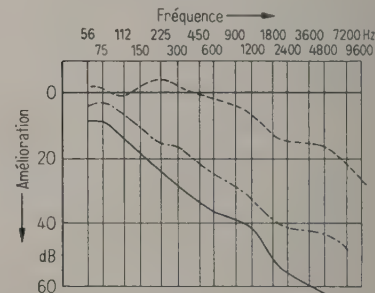


Fig. 10. Plancher coulé sur corps creux en céramique. Carrelage en grès;
— Fibre de verre longue, sans liant,
- - - Fibre de verre courbe, avec liant bitumineux,
... Sable.

tions au contour de la plaque supérieure; nous avons introduit l'amortissement dans le calcul de l'énergie transmise par chaque résonance du système. Les déplacements sont alors développés en séries de fonctions orthogonales.

Comme celle de L. CREMER, notre théorie permet de prévoir pour l'amélioration idéale une loi de variation en $40 \log f$ (f étant la fréquence).

Elle fait, de plus, intervenir les masses des plaques en présence; ceci paraît normal, car il est raisonnable de penser qu'à égalité de traitement acoustique, un plancher déjà relativement bon doit présenter une amélioration moins sensible qu'un mauvais plancher.

Les résultats expérimentaux sont en accord avec les conclusions de la théorie si l'on tient compte des remarques suivantes, relatives à la variation des termes de couplage et d'amortissement.

On sait que le facteur k , supposé constant pour les besoins du calcul, croît en général notablement avec la fréquence; malheureusement, les auteurs consultés limitent à des domaines de fréquences très étroits leurs rares mesures sur les matériaux courants; c'est pourquoi nous ne pouvons conserver que l'idée de sens de variation de k sans être à même d'en chiffrer l'accroissement.

Les mesures de k et de facteurs d'amortissement que nous avons entreprises ont fait apparaître la nécessité de reprendre entièrement cette question à partir de la définition même du facteur spécifique postulé.

La Fig. 5 permet d'expliquer complètement la tenue des matériaux isolants si on admet une variation de k qui fait passer le point représentatif de l'amélioration de la droite $(\beta/\alpha; K)$ pour la fréquence f à la droite $(\beta'/\alpha'; K)$ pour la fréquence f' ; dans l'état actuel de nos connaissances, une pareille hypothèse ne paraît pas déraisonnable.

Les facteurs d'amortissement des deux plaques associées au matelas interviennent également dans notre formule, mais par leur rapport seulement; on peut donc espérer que l'influence de leurs variations avec la fréquence se trouve ainsi éliminée ou atténuée dans une certaine mesure. Nous avons établi l'abaque en supposant ce rapport égal à 1.

Ainsi, compte tenu de notre connaissance des couches antivibratoires, nous pensons être parvenus à une explication assez satisfaisante des phénomènes.

Que Monsieur CANAC, Directeur du Centre de Recherches Scientifiques, Industrielles et Maritimes de Marseille, et Monsieur VOGEL, Directeur de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique, trouvent ici l'expression de notre respectueuse reconnaissance pour le soutien qu'ils nous ont toujours prodigué.

(Reçu le 10 Avril 1956.)

Bibliographie

- [1] CHRISLER, V. L., J. acoust. Soc. Amer. **1** [1930], 175.
- [2] WATSON, F. R., J. acoust. Soc. Amer. **2** [1931], 14.
- [3] LINDAHL, R. et SABINE, H. J., J. acoust. Soc. Amer. **11** [1940], 401.
- [4] TIMOSHENKO, S., Theory of plates and shells. Mc Graw-Hill Book Co., New York 1940.
- [5] BRILLOUIN, J., Circulaire I.T.B.T.P., Série B, no. 5, 1945.
- [6] INGERSLEV, F., NIELSEN, A. K. et LARSEN, S. F., J. acoust. Soc. Amer. **19** [1947], 981.
- [7] The Physical Society, Report of the 1948 Summer Symposium of the Acoustics Group, London.
- [8] KOSTEN, C. W. et VAN DEN ELJK, I., in [7], p. 64.
- [9] VOGEL, TH., Sur les vibrations de certains systèmes élastiques dans un champ sonore. S.D.I.T., 1948.
- [10] GÖSELE, K., Forschungsgem. Bauen und Wohnen, Versuchsbauten 1949.
- [11] GÖSELE, K., Gesundheits-Ing. **70** [1949], 66.
- [12] VAN DEN ELJK, I. et KASTELEYN, M. L., Report no. 6, 1950, Toegepast Natuurwetenschappelijk onderzoek.
- [13] Colloque International d'Acoustique Architecturale, Marseille; Éditions de la Revue d'Optique, Paris 1952.
- [14] GÖSELE, K., Gesundheits-Ing. **72** [1951], Heft 13/14.
- [15] GÖSELE, K., Forschungsgem. Bauen und Wohnen **10** [1951], 1.
- [16] GÖSELE, K., Forschungsgem. Bauen und Wohnen **11** [1951], 1.
- [17] CREMER, L., Fortschritte und Forschungen im Bauwesen. Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart 1952.
- [18] CREMER, L., Acustica **2** [1952], 167.
- [19] FOTI, M., Note 326 C.R.S.I.M., 1952.
- [20] GÖSELE, K., in [17].
- [21] KRISTEN, TH. et BRANDT, H., in [17].
- [22] INGERSLEV, F. et RANFELT, V. E. B., Trinlyd i beboelsesejendomme. Særtryk af statens byggeforskningsinstitut, Rapport no. 8, Copenhague 1952.
- [23] PILON, J.-M., Cahiers du C.S.T.B., no. 152, 1952.
- [24] LANGE, TH., Acustica **3** [1953], 161.
- [25] VOGEL, TH., Les fonctions orthogonale dans les problèmes aux limites de la Physique mathématique. Edition du C.N.R.S., Paris 1953.
- [26] GÖSELE, K., Gesundheits-Ing. **75** [1954], Heft 17/18.
- [27] PILON, J.-M., Cahiers du C.S.T.B., no. 203, 1955.

ELECTROSTATIC TRANSDUCERS WITH SOLID DIELECTRIC FOR WATERBORNE SOUND

by G. R. SCHODDER and F. WIEKHORST

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

Summary

The condenser transducers for waterborne sound described in this paper are provided with a solid dielectric consisting either of a thin foil or of a layer of enamel. The condenser is formed in both cases by a thin layer of metal together with a back plate. Since the surface of the transducers can be given nearly arbitrary shapes, many types of transducers with different directional characteristics can be manufactured.

Because of the constancy of their qualities over long periods, electrostatic transducers with solid dielectric are well suitable for calibration purposes. Over a wide range of frequencies — limited only by geometrical dimensions — transducers with a plane back plate have a transmitter sensitivity independent of frequency, while the microphone sensitivity decreases linearly with increasing frequency. A transmitter and a receiver of this kind form a repeater system which is independent of frequency.

Sommaire

Les transducteurs à condensateur pour transmissions acoustiques sous-marines qui sont décrits dans cet article ont comme diélectrique solide soit une feuille mince soit une couche d'émail. Dans les deux cas, les armatures sont constituées par une contre-électrode unie et un film métallique mince. Comme on peut donner à peu près n'importe quelle forme à la surface de rayonnement, il est possible de réaliser des transducteurs ayant les caractéristiques de directivité les plus variées.

Ces transducteurs électrostatiques à diélectrique solide ont une sensibilité très constante dans le temps, de sorte qu'on peut très bien les utiliser pour des étalonnages. Les transducteurs à contre-électrode plane ont, dans un large domaine de fréquences qui est déterminé exclusivement par les dimensions géométriques, une sensibilité comme émetteur qui est indépendante de la fréquence tandis que la sensibilité comme microphone est inversement proportionnelle à la fréquence. Un ensemble émetteur et récepteur de ce genre constitue un système de transmission dont les caractéristiques sont indépendantes de la fréquence.

Zusammenfassung

Die beschriebenen Kondensator-Wasserschall-Wandler besitzen als festes Dielektrikum entweder eine dünne Folie oder eine Emailleschicht. Die beiden Kondensatorplatten sind in beiden Fällen eine glatte Gegenelektrode und eine dünne Metallschicht. Da die strahlende Oberfläche nahezu beliebig geformt werden kann, lassen sich Wandler mit verschiedensten Richtwirkungen herstellen.

Elektrostatistische Wasserschall-Wandler mit festem Dielektrikum sind wegen der zeitlichen Konstanz ihrer Empfindlichkeiten gut als Eichwandler geeignet. Wandler mit ebener Gegenelektrode besitzen in einem weiten — nur durch ihre geometrischen Abmessungen gegebenen — Frequenzbereich eine frequenzunabhängige Sendempfindlichkeit, während die Mikrophonempfindlichkeit umgekehrt proportional zur Frequenz ist. Ein Sender und ein Empfänger dieser Art bilden zusammen ein frequenzunabhängiges Übertragungssystem.

1. Introduction

In recent years the importance of electrostatic microphones and transmitters has increased. Especially for ultrasonics in air such transducers with solid dielectric have a wide field of application. These transducers with solid dielectric consist of a thin plastic foil, metallized on one side, which is stretched over a metal back electrode. This back plate and the isolating side of the foil are in contact with

each other, small air cushions between foil and back plate being formed by the roughness of the latter's surface. Together with the mass and stiffness of the foil, the compliance of these air cushions determines the resonant frequency of the system and therewith the upper cut-off frequency of the transducer. More sensitive transducers of lower natural frequency are achieved by providing the back plate with grooves, thus increasing the compliance of the system.

Microphones with solid dielectric are already mentioned in a US-patent of 1929 [1]. Independent of this patent, in a publication of 1937 SELL [2] gives a description of transducers with solid dielectric, having a comparatively high sensitivity. These transducers had an upper cut-off frequency of several kilocycles per second. In the past few years microphones and transmitters have been developed with an upper cut-off frequency of 200 kc/s using the same principle [3], [4], [5]. After this the possibility suggested itself to use transducers of this kind for waterborne sound as well. To prevent the infiltration of water, the systems were coated with a

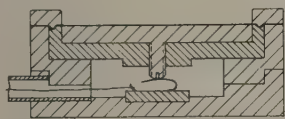


Fig. 1. Cross-section of an electrostatic transducer with solid dielectric (scheme).

suitable layer of lacquer. Fig. 1 shows a cross-section of a transducer of this kind; a sample ready for use is shown in Fig. 2. The aim of the present work was the development of electrostatic transducers for waterborne sound and the investigation of their electroacoustic properties.



Fig. 2. Electrostatic transducer with solid dielectric, corresponding to Fig. 1; diameter of the membrane 60 mm.

2. Technique of measurement

Nearly all measurements have been made in a water basin of $2\text{ m} \times 1.20\text{ m}$ basic area and 1.20 m depth. The transducers have been calibrated according to the reciprocity method [6] in the frequency range 20 to 250 kc/s with an accuracy of $\pm 1\text{ dB}$. The procedure was as follows: two transducers were placed successively at the same place in an arbitrary sound field, the ratio of the output voltages then being equal to the ratio of the sensitivities to be determined. This ratio was determined first for all measuring frequencies. After that, one of the transducers was used as a transmitter, the other one still

serving as a microphone. From the microphone voltage, the transmitter current and the distance between the transducers, the product of the sensitivities can be calculated by SCHOTTKY's law. Product and ratio finally yield the absolute values of the sensitivities. The basin used was not lined with absorbing material so the measurements had to be made with pulses. The pulse length was between 100 and 500 μs , the pulse repetition frequency about 20 c/s.

3. Theoretical considerations

For the calculation of the frequency response of an electroacoustic transducer, its mechanical input impedance is of decisive importance. It could be assumed that the input impedance of the electrostatic systems investigated would be negligible in comparison with the high characteristic impedance of the water, because of the air cushion between foil and back plate. Therefore a transducer with a diameter large in comparison with the wave-length should have a reflection coefficient of 100% for an incident sound wave, with phase reversal of the pressure. This could be confirmed by means of a small piezoelectric probe microphone. In front of the transducer a field of standing waves is formed with a pressure node immediately at the surface of the transducer. This means that the sound wave generates a velocity $2v$ at the foil of the transducer, v being the velocity in the free field of plane waves. From this we can immediately draw conclusions with respect to the microphone sensitivity of a transducer with a diameter large in comparison with the wave-length. Since the output voltage of the microphone is proportional to the displacement of the foil and since the displacement a decreases with increasing frequency ω according to the relation $a = v/\omega$, the sensitivity of the microphone decreases with frequency in the same way. The microphone sensitivity therefore can be expressed by

$$M = \text{const}/\omega. \quad (1)$$

Let p_A be the sound pressure at a point A on the central normal of the transducer used as transmitter and i the current driving the transmitter. We then call ratio $S = p_A/i$ the transmitter sensitivity of the transducer referred to the point A. For this transmitter sensitivity we get, assuming the point A to be in the distant field, from eq. (1) and with SCHOTTKY's law:

$$S = \text{const}. \quad (2)$$

We now consider a transducer with diameter small in comparison with the wave-length, used as a transmitter. This transmitter can be replaced by a spherical transmitter with the radius $R' = R/2$, where R is the radius of the original transmitter. The factor

1/2 results from the demand that with equal displacement the deformation volume should be the same in both cases. Fig. 3 shows the equivalent elec-

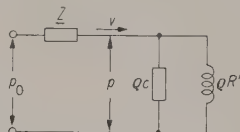


Fig. 3. Equivalent network of a spherical radiator.

trical circuit of a spherical radiator of this kind. Here p_0 means the electrostatic force per unit area of the foil, p the sound pressure immediately in front of the membrane, v the corresponding sound velocity, Z the mechanical impedance of the transducer, qc the characteristic impedance of water and qR' the 'added' mass of the medium. As can be seen from the circuit, the sound energy radiated per unit area is given by $N = p^2/qc = v^2 R_s$, where R_s is the radiation resistance. Neglecting once more the mechanical impedance of the radiator we can replace p by p_0 . The circuit shows, however, that this can be done only down to a lower limiting frequency, since with decreasing frequency the impedance of the added mass of medium decreases more and more, finally reaching the order of magnitude of Z . This point will be treated later. With the velocity v_m of the membrane we now have

$$p^2/qc = v_m^2 R_s. \quad (3)$$

We can obtain p_0 directly, since

$$p_0 \sim u^2 = (u_+ + u_-)^2 = u_+^2 + 2u_+ u_- + u_-^2$$

(u_+ polarization voltage, u_- a.c. voltage, $u_- \ll u_+$). The d.c. component generates no sound pressure, the square component of the a.c. voltage is neglected, and so we have

$$p_0 \sim u_-^2. \quad (4)$$

It follows from eqs. (3) and (4) that $v_m \sim u/\sqrt{R_s}$. If we express the transmitter voltage u_- by the current i , we obtain, since $u = i/\omega C$,

$$v_m \sim i/(\omega \sqrt{R_s}). \quad (5)$$

With p_A , the sound pressure at a point A, we have in general for a radiator of the order zero with a diameter small in comparison with the wave-length

$$p_A = \text{const} \cdot \omega \cdot v_m. \quad (6)$$

From eqs. (5) and (6) it follows for the transmitter sensitivity

$$S = p_A/i = \text{const}/\sqrt{R_s} \quad (7)$$

and from this, with SCHOTTKY's law for the microphone sensitivity,

$$M = \text{const}/\sqrt{R_s} \cdot 1/\omega. \quad (8)$$

The eqs. (7) and (8) are also valid for transmitters which are not small in comparison with the wave-length, if only such points A are considered which are situated on the central normal of the transmitter and sufficiently far from it, i.e. not in the near field. These conditions are always assumed to be fulfilled in what follows.

We now have to distinguish between three cases:

1. The transmitter is small in comparison with the wave-length. The radiation resistance is then of the form $R_s \sim \omega^2$, and with eqs. (7) and (8) we have

$$S = \text{const}/\omega, \quad M = \text{const}/\omega^2. \quad (9)$$

2. The transmitter is larger than the wave-length. The radiation resistance is now $R_s = qc$ and we have

$$S = \text{const}, \quad M = \text{const}/\omega \quad (10)$$

in accordance with eqs. (1) and (2).

3. The intermediate range. Here things are more complicated. The radiation impedance now essentially depends on the shape of the microphone capsule. Fig. 4 shows the radiation resistance of a piston in a rigid wall. If this radiation resistance is introduced in eq. (7) the characteristic course of the frequency response curve is already obvious. If the intermediate range is within the measuring range, the transmitter sensitivity of this transducer will at first decrease linearly with increasing frequency. With further increasing frequency, fluctuations will occur with constant transmitter sensitivity is reached. It may be remembered, however, that the radiation resistance of a membrane placed in a capsule can show much larger fluctuations than those shown in Fig. 4.

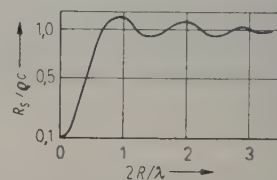


Fig. 4. Radiation resistance of a piston membrane in a rigid wall referred to the characteristic impedance of the surrounding medium as a function of the ratio between diameter and wave-length.

4. Experimental results

In the upper part of Fig. 5, the microphone sensitivities measured for two transducers are given as a function of frequency. The transducers correspond exactly to Figs. 1 and 2 and differ only from each other with respect to the surface of the back plate which in one case (curve a) has been roughened by sand blasting while in the other case concentric grooves 200 μ in depth have been provided (curve

b). The polarization voltage was 250 V. If such transducers are used for air-borne sound they show completely different frequency response curves due to the difference in their resonant frequencies. Because of the smaller depth of the air cushion, the microphone with the sand-blasted back plate shows the higher resonant frequency. Used for water-borne sound, however, the frequency response curves of the microphones show almost no difference at all, as can be seen from the figure. Fig. 5 further shows in its

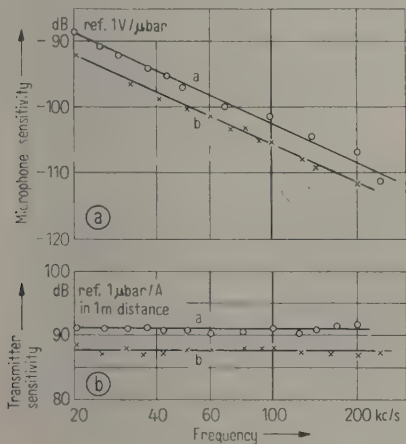


Fig. 5. (a) Microphone sensitivity in dB referred to 1 V/μbar, (b) transmitter sensitivity in dB referred to 1 μbar/A at 1 m distance, of two electrostatic transducers with solid dielectric as a function of frequency (polarization voltage 250 V). The surface of the back plate has been roughened by sand blasting (curve a), provided with grooves 0.2 mm in depth (curve b).

lower part the transmitter sensitivities of the same transducers. It can be seen that the frequency response is the same for both transducers. The decrease of the microphone sensitivity is nearly 6 dB per octave, as it should be according to eq. 10. The small difference between the absolute sensitivities is caused by a difference of the ratio between effective and total capacitances of the two transducers.

A special advantage of these transducers is the possibility of correcting the frequency response curves by simple electrical means. It is only necessary to differentiate the output voltage of the microphone to get a sensitivity which in a large frequency range is almost independent of frequency. The upper cut-off frequency then is only given by the circuit elements necessary for the correction. For many acoustic measurements no correction is necessary, if the transmitter used is also an electrostatic one, as will be obvious from the following consideration. It can be seen from the lower part of Fig. 5, that the sound pressure generated at a point A on

the central normal of the transmitter in the distant field depends only on the transmitter current. If now the frequency is altered with transmitter voltage constant, due to the capacitive impedance of the transducer the current and thereby the sound pressure at the point A will increase linearly with frequency. A second electrostatic transducer used as a microphone at A, since its sensitivity decreases with increasing frequency, will then show constant output voltage. A combination of transmitter and receiver of this kind therefore represents a four-terminal network independent of frequency. This is especially an advantage for experiments with pulsed oscillations because no disturbing transients occur, and it is mainly for this reason that the electrostatic systems have proved very suitable in their first practical applications during the development of absorbing materials for water-borne sound. Fig. 6 shows an oscillogram taken during these investigations. The distance between the pulses equals about 500 μs. The pulses can be easily separated from each other.

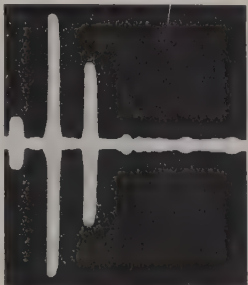


Fig. 6.
Oscillogram of reflected oscillation pulses (length of the abscissa about 6 ms). The small intensity of the primary pulse is due to the directional characteristics of transmitter and receiver which were arranged one beside the other.

5. Constancy of the properties of the transducers over a long time

The following investigations have been made with respect to the applicability of the transducers for calibration purposes. In this respect the decisive question is whether or not the properties of the systems are sufficiently constant over a long time or not. We can say in advance that there are fewer causes for variations with time than in the case of the corresponding transducers for air-borne sound, since many facts which materially influence the frequency response curve of an electrostatic transducer for air-borne sound—e.g. the stress on the foil—have almost no influence at all in the case of water-borne sound. If therefore rough effects such as mechanical damage and infiltration of water are left out of consideration we should expect that these transducers will be well-suited for calibration purposes. It might be asked whether or not effects caused by an electrical charging of the foil would be critical. In the case of microphone for air-borne sound, charging can be avoided by treating the foils with alcohol,

but in the case of water-borne sound this treatment proved to be unnecessary, possibly because of a similar influence of the solvent of the lacquer with which the transducer was coated. Fig. 7 shows the frequency response of a transducer which has been calibrated twice. The measured values drawn with points were obtained six months after those drawn with circles. During these six months this transducer had been in almost daily use, partly as transmitter, partly as microphone. As can be seen, the response curve remained practically constant with time, thus showing the applicability of the transducers for calibration. Moreover as a special advantage, it may be mentioned that the systems can be manufactured easily and that they can be calibrated according to the reciprocity method.

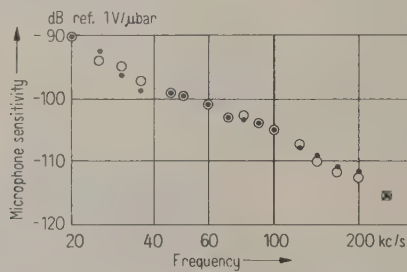


Fig. 7. Microphone sensitivity of an electrostatic transducer for waterborne sound in dB referred to 1 V/μbar as a function of frequency; ○ first calibration, ● second calibration six months later. During these six months the transducer had been in daily use.

6. Smaller systems

We now turn to systems especially designed for use as microphones and not as transmitters. Their design shows only slight differences from the transducers considered up to now, but they are much smaller in size. Fig. 8 shows a microphone of this kind. The diameter of the membrane is 14 mm. The intermediate range mentioned in section 3 is now



Fig. 8. Condenser microphone for waterborne sound with solid dielectric, diameter of the membrane 14 mm.

therefore within the measuring range from 20 to 250 kc/s. The upper limit is about 100 kc/s where the diameter of the membrane equals the wavelength. To show how much the frequency response differs from that of the larger systems, the microphone was placed in a sound field in which the sound pressure increased linearly with frequency. A sound field of this kind is generated when one of the larger transducers above described is used as a transmitter and supplied with constant voltage. Fig. 9a shows the output voltage of the microphone under these conditions, while the corresponding microphone sensitivity is given in Fig. 9b. The resulting curves are in agreement with the considerations of section 3 with respect to the intermediate frequency range.

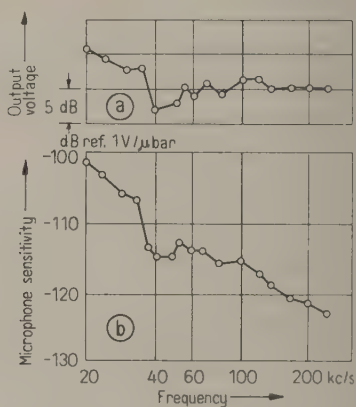


Fig. 9. (a) Output voltage in dB of the microphone shown in Fig. 8, exposed to a sound field with the sound pressure increasing linearly with frequency. (b) Corresponding microphone sensitivity in dB referred to 1 V/μbar as a function of frequency.

The further course of the curves in Fig. 9 towards lower frequencies could not be measured since for these frequencies the dimensions of the basin used were too small. The practical importance of this lower frequency range is not very large, but there must be a lower frequency limit below which the assumption that the input impedance of the system is negligible in comparison to the characteristic impedance of water is no longer fulfilled. This lower frequency limit can be estimated. If h is the mean distance between membrane and back plate, v_L the velocity of the air immediately at the membrane, p_L the pressure within the air cushion, ϱ_L the density of the air, and c_L the sound velocity in air, we have

$$\frac{v_L}{p_L} = \frac{\omega h}{\varrho_L c_L^2}$$

As can be seen from Fig. 3, in the adjacent water the relation

$$\frac{v_w}{p_w} = \frac{2}{\omega \varrho_w R}$$

is valid. Since, however, $v_L = v_w$ we have

$$\frac{p_w}{p_L} = \frac{\omega^2 h \varrho_w R}{2 \varrho_L c_L^2}$$

R being the radius of the membrane. The condition that the input impedance of the system is negligible in comparison to that of the water is given by $p_w/p_L \gg 1$. For transducers which are small in comparison with the wave-length, we therefore define the lower limiting frequency as

$$f_{lim} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varrho_L c_L^2}{h \varrho_w R}} \tag{11}$$

Applied to our microphones this equation yields a frequency limit of 10 kc/s for a depth of air cushion of 10 μ . If the depth of air cushion is reduced the limit can be shifted into the measured frequency range, i.e. above 20 kc/s. Fig. 10 shows the frequency response of the transducer as microphone constructed according to Fig. 1, but with a polished back plate. It can be seen that the formula, $M = \text{const}/\omega$, derived above for the microphone sensitivity is in this case no longer valid below 40 kc/s.

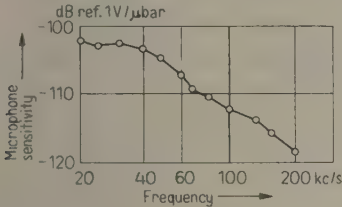


Fig. 10. Microphone sensitivity in dB referred to 1 V per μ bar as a function of frequency for a transducer with a polished back plate, 60 mm in diameter.

7. Technical improvement of the transducers

After having explained the properties of electrostatic transducers for water-borne sound in general, more efforts could be made to improve them technically. If the reliability of service of the electrostatic systems is compared with that of magnetostrictive ones, their weak point is obvious, namely the small resistivity of the foil against electrical or mechanical rupture. An electrical punch need not necessarily lead to a short-circuit. However, it can produce not only a small hole in the foil but often a small damage to the lacquer layer. This allows the infiltration of water into the system thereby making it useless. For this reason experiments have been made with a type of transducer without any foil. This transducer has an enamelled back plate, the enamel layer serving as dielectric. A layer of plastic, 1 cm in thickness

and metallized on one side was pressed against the back plate with the metallized surface in contact with the enamel layer. The oscillating membrane now consists merely of the thin metal layer, the plastic material having nearly the same acoustic properties as the surrounding water and serving only as a support for the metal layer. Large difficulties arise from small air bubbles enclosed in the plastic material, which can materially alter the frequency response of the transducer. These difficulties have not yet been completely overcome, but some transducers already have been manufactured which are working satisfactorily. Fig. 11 shows the sensitivity as transmitter of a transducer of this kind. Since the transducer agrees in respect to its dimensions and shape with that of Fig. 1, the fluctuations in the frequency response are not due to failure of the principle, but are caused by imperfections of the plastic layer.

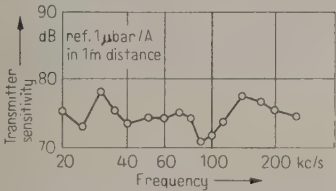


Fig. 11. Transmitter sensitivity in dB referred to 1 μ bar per A in 1 m distance as a function of frequency. The transducer, 60 mm in diameter, has an enamelled back electrode against which a layer of plastic is pressed, 10 mm in thickness and metallized on one side.

3. Transmitters with arbitrarily-shaped radiating surfaces

For electrostatic transducers, area and shape of the radiating surface can be varied between wide limits. Utilising this fact, some transmitters were constructed which will be described in this section. Fig. 12 shows the back plate of a transducer with high directivity. The diameter is 30 cm. The back plate consists of 10 concentric rings which are electrically insulated from each other, thereby allowing an excitation with decreasing amplitude from the centre to the rim. This kind of amplitude distribution allows a suppression of the side lobes of the directional characteristic.

Fig. 13 shows the directional characteristic of this radiator at a frequency of 70 kc/s in water: left, for the case of excitation with constant amplitude, and right, with an amplitude linearly decreasing from the centre to the rim. These diagrams have been obtained in air in a free-space room, using a correspondingly lower frequency to get the same wave-length as with 70 kg/s in water, since the directivity depends on the ratio between wave-length and diameter of the radiator.

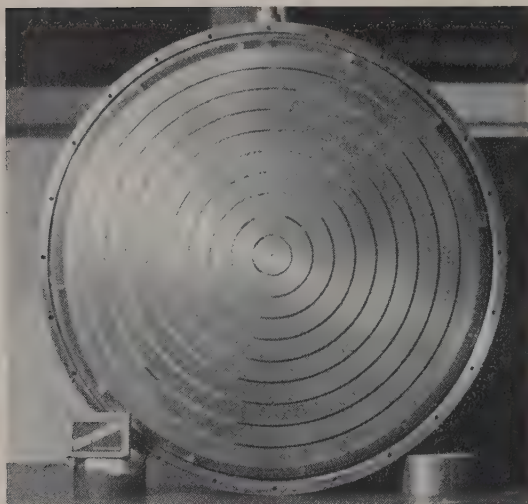


Fig. 12. High directivity radiator, 300 mm in diameter, designed to suppress the side lobes of the directional characteristic. The foil has been taken off so that the partition of the back plate is visible.

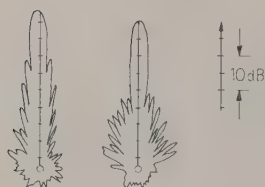


Fig. 13. Directional characteristic of the radiator shown in Fig. 12 at 70 kc/s; left-hand: with constant amplitude, right-hand: amplitude decreasing from the centre to the rim.

If no directivity is wanted, the back plate can be shaped spherically. Fig. 14 shows a radiator for which the foil — after some special treatment in order to get the necessary elasticity (see below) — has been stretched over a hemi-spherical back electrode. The corresponding directional characteristic is given in Fig. 15. The measurements were made at a frequency of 50 kc/s in water. For comparison the directional characteristic of a plane transducer with the same diameter (6 cm) has been drawn on the same figure.

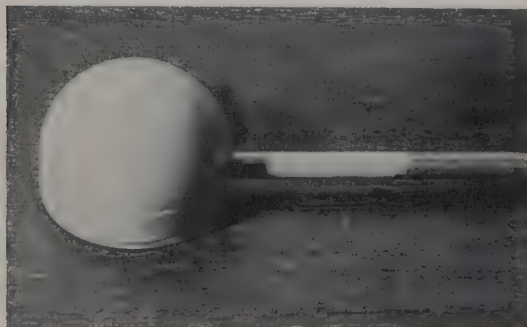


Fig. 14. Hemi-spherical radiator, 60 mm in diameter. The corresponding directional characteristic is given in Fig. 15.

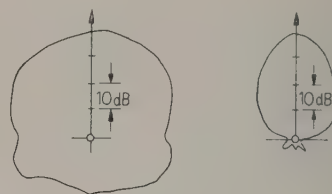


Fig. 15. Directional characteristics at 50 kc/s, left-hand: the hemi-spherical radiator of Fig. 14, right-hand: a plane radiator according to Fig. 2. Diameter of the membrane of both radiators 60 mm.

The method previously mentioned of manufacturing electrostatic transducers by using a metallized block of plastic, pressed with its metallized side against an insulated back electrode, allows the construction of focusing radiators. The back electrode must simply be given the shape of a hemi-spherical shell into which the plastic material is pressed, after it has been given the corresponding shape of a spherical segment, and been metallized on its convex side. The spherical segment of plastic can be manufactured by casting hot thermoplastic material into the shell. After it has cooled, the material is taken off and metallized. The main difficulty is to prevent the occurrence of air bubbles during this process.

9. Technological hints

Since the foils are not completely waterproof and since the metal layer on the foil is affected by the water and finally destroyed, it is absolutely necessary to coat the foil, as well as the whole system, with a protective layer of lacquer. It proved to be difficult, however, to find a type of lacquer which is truly watertight and does not affect the foils. Such lacquers are e.g. Duprenol and a mixture of Desmodur and Desmocoll. Duprenol is a special buoy lacquer, obtainable from the firm ELAC, Kiel, while Desmodur and Desmocoll are products of Bayerwerke, Leverkusen. These lacquers, however, can be used only if a suitable foil is chosen. It was found that foils containing fluorine showed the highest resistivity against the above-mentioned lacquers. Suitable foils are: Teflon (tetrafluorinepolyethylene), Hostafon (trifluorinemonochlorinepolyethylene), and Hostaphan (fluorinated polyester). Hostaphan is easily available at the moment (Kalle & Co., Wiesbaden) and has proved to be the most suitable of the above mentioned foils. It has been used in a thickness of 20μ , the break-down voltage then being 400 V (micro break-downs already occurring at voltages higher than 300 V).

For the manufacturing of the hemi-spherical radiator a foil has been used which is called "Merkur-Hochspannungsfolie" and is produced by the firm

G. E. Merck, Hannover. This foil becomes elastic if it is treated with acetic ether on one side. The elastic state is reached comparatively suddenly and lasts for some minutes. It is of importance to treat only one side since otherwise the foil is easily disrupted when it is stretched.

The thermoplastic material mentioned in connection with the focusing radiator is called Widox-Plastic and available from the firm Wiederhold, Hilden (Rhld.). The metallizing of the foils and plastics has been done exclusively by means of the conductive silver paint "Leitsilber 200" from the firm Degussa, Frankfurt a. M.

Acknowledgements

The authors wish to thank Prof. Dr. E. MEYER for his constant interest in this work and for his many valuable suggestions.

The work described in this paper was carried out under arrangements with the Department of Scientific and Industrial Research, London, whose assistance and interest are gratefully acknowledged. It is published with the permission of the Department.

(Received 10th February, 1956.)

References

- [1] McLACHLAN, N. W., *Loudspeakers*. Clarendon Press, Oxford 1934.
- [2] SELL, H., Eine neue Methode zur Umwandlung mechanischer Schwingungen in elektrische und umgekehrt. *Z. tech. Phys.* **18** [1937], 3.
- [3] KUHLE, W., Development and absolute calibration of condenser microphones with solid dielectrics for ultrasonics. Dept. of Scient. and Industrial Research, Sponsored Research (Germany), Report Nr. 5, Series B.
- [4] KUHLE, W., Kondensator-Hochton-Lautsprecher und Kondensator-Mikrophone mit festem Dielektrikum. *Acustica* **4** [1954], 82.
- [5] KUHLE, W., SCHODDER, G. R. and SCHRÖDER, F. K., Condenser transmitters and microphones with solid dielectric for airborne ultrasonics. *Acustica* **4** [1954], 519.
- [6] HOLLE, W. und LATZEL, G., Die Eichung von Kondensatormikrophonen nach dem Reziprozitätsprinzip. *Funk u. Ton* **7** [1953], 109.

THEORETISCHE UND EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG DER FREQUENZABHÄNGIGKEIT DES ELEKTROKINETISCHEN EFFEKTES (STROMUNGSSTROMES) AN PORÖSEN GLASFILTERPLATTEN BEI ULTRASCHALL

VON W. EISENMENGER

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

Zusammenfassung

Im Bereich von 20 bis 250 kHz wurde die Frequenzabhängigkeit des elektrokinetischen Wechspotentials an porösen Glasfilterplatten untersucht. Die Glasfilterplatten befanden sich in einer mit destilliertem Wasser gefüllten Meßzelle und waren im ebenen Ultraschallfeld parallel zur Wellenfront frei aufgehängt. Es ergeben sich zwei Grenzfälle. Bei feinporigen Filterplatten nimmt die Empfindlichkeit proportional mit der Frequenz zu, bei grobporigen Filterplatten proportional mit der Wurzel aus der Frequenz. Weiterhin ist die Phase der Wechselspannung bei grobporigen Filterplatten um 45° gegenüber den feinporigen Filterplatten verzögert. Die Ergebnisse wurden mit der Rechnung an einem Strömungsmodell verglichen. Die an den Filterplatten als Verhältnis von Wechsel- und Gleichstromempfindlichkeit ermittelte Relativempfindlichkeit stimmt weitgehend mit der für entsprechende Modelle berechneten Relativempfindlichkeit überein. Es wurde weiterhin ein neues elektrokinetisches Sondenmikrophon mit der im Frequenzbereich von 20 bis 100 kHz konstanten Empfindlichkeit von -123 dB (0 dB $\triangleq 1$ V/ μ bar) entwickelt.

Summary

The frequency dependence of the electrokinetic alternating potential in porous glass filters is investigated over the range 20 to 250 kc/s. The filter plates were placed in a measuring cell filled with distilled water, hanging freely parallel to the wave front of a plane ultrasonic field. With fine pores the sensitivity increases directly with frequency but with large pores it is proportional to the square root of the frequency, and in the latter the phase of the alternating potential is 45° to that in the former. The results are compared with calculations made on a hydrodynamic model. The relative sensitivity—alternating to direct—agrees well with that derived from the model. A new electrokinetic probe microphone is developed with a constant sensitivity of -123 dB (0 dB $\triangleq 1$ V/ μ bar) in the range 20 to 100 kc/s.

Sommaire

On a mesuré, dans la gamme 20 à 250 kHz la variation avec la fréquence du potentiel alternatif électrocinétique sur des plaques poreuses filtrantes en verre. Ces plaques étaient mises dans une cellule de mesure remplie d'eau distillée, suspendues librement parallèles au front d'onde d'un champ ultrasonore plan. On a observé deux cas limites. Pour des plaques filtrantes à pores fins, la sensibilité augmente proportionnellement à la fréquence; pour des plaques filtrantes à gros pores, elle augmente proportionnellement à la racine carrée de la fréquence. De plus, la phase de la tension alternative des plaques à gros pores est en retard de 45° par rapport à celle des plaques à petits pores. On a comparé les résultats obtenus avec ceux du calcul fait sur un modèle de courant. La sensibilité relative, déterminée par le rapport des sensibilités en courant alternatif et en courant continu concorde très bien avec la sensibilité relative calculée pour le modèle correspondant. De plus, on a imaginé un nouveau microphone sonde électro-cinétique qui a une sensibilité constante de -123 dB (0 dB ± 1 V/ μ bar) dans la gamme de fréquences 20 à 100 kHz.

1. Einleitung

Wird eine poröse Glasfilterplatte von destilliertem Wasser durchströmt, so tritt auf ihren beiden Seiten eine elektrische Spannungsdifferenz auf, die als sogenanntes elektrokinetisches Strömungspotential von QUINCKE, HELMHOLTZ, SMOLOCHOWSKI, FREUNDLICH und anderen [1], [2], [3] für Gleichströmung experimentell und theoretisch untersucht wurde. Diese Erscheinung kann auch auf Wechselströmungen, insbesondere Schallvorgänge, ausgedehnt werden, so daß statt des elektrokinetischen Strömungspotentials eine elektrokinetische Wechselspannung entsteht. Auf diese Weise wurden in den letzten Jahren vor allem von WILLIAMS, BUGUSH, HOVORKA und YEAGER [4], [5], [6] Schallempfänger für Wasserschall in plattenförmigen Anordnungen und in Form von Sondenmikrophonen unter Anwendung des elektrokinetischen Effektes entwickelt. Als Sondenmikrophone wurden faserumspinnene Drahtsonden in verdünnten Elektrolyten verwendet, wobei Angaben über die Empfindlichkeit hinsichtlich der Art des Elektrolyten, der Art des Fasermaterials und der Frequenzabhängigkeit im Bereich 200 bis 1000 kHz gemacht wurden. Eine weitere Arbeit wurde von PACKARD [7] für die Wechsellpotentiale an Kapillaren bei Wechselströmung und niedrigen Frequenzen durchgeführt.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war die theoretische und experimentelle Untersuchung des elektrokinetischen Wechsellpotentials an porösen Glasfilterplatten in destilliertem Wasser, wobei vor allem die Frequenzabhängigkeit im Bereich von 20 bis 250 kHz interessierte. Die Glasfilterplatten, deren Dicke klein zur Wellenlänge gewählt wurde, da anderenfalls komplizierte von SCHMIDT und KNAPP [8] untersuchte Schwingungserscheinungen auftreten, sind frei und parallel zur Wellenfront im ebenen Ultraschallfeld aufgehängt (Abb. 1).

Hierbei kann die Entstehung des elektrokinetischen Wechsellpotentials in der dem Gleichströmungsfall entsprechenden Weise aus dem Vorhandensein einer elektrischen Grenzschrift (Abb. 2) von 10^{-7} bis 10^{-6} cm Dicke an den Porenwänden erklärt wer-

den. Die elektrische Grenzschrift besteht aus positiv geladenen Ionen, die aus der Glasoberfläche in das destillierte Wasser diffundieren und mit einer an der Glasoberfläche festhaftenden negativen Ladung im elektrostatischen Gleichgewicht stehen. Eine Relativ-

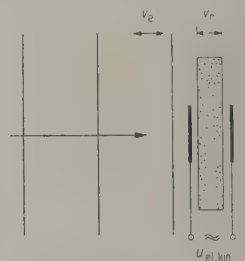
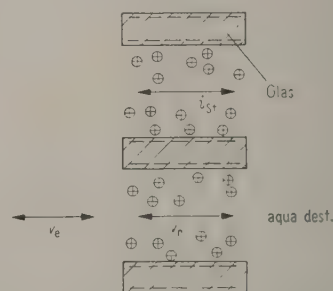


Abb. 1. Filterplattenanordnung im Schallfeld.

Abb. 2. Elektrische Grenzschrift im idealisierten Porenschnitt; v_e Schnelle in der einfallenden Welle, v_r Relativschnelle, i_{st} Strömungsstrom.

bewegung des Wassers (v_r in Abb. 2) gegenüber den Poren bewirkt in der Strömungsgrenzschrift einen Transport der positiven Ionen in Strömungsrichtung. Der so entstehende elektrische Strömungsstrom ruft an dem ohmschen Widerstand des Wassers in den Poren die elektrokinetische Potentialdifferenz hervor. Aus dieser Vorstellung und dem Verlauf der Wechselströmung in einer als Rechteckkanal idealisierten Pore kann man in einfacher Weise die Frequenzabhängigkeit des Effektes bei Schallvorgängen erklären. Hierbei unterscheidet man zweckmäßig zwei Grenzfälle:

- 1. Der Strömungswiderstand ist groß gegenüber dem Trägheitswiderstand des Wassers in den Poren.
- 2. Der Strömungswiderstand ist klein gegenüber dem Trägheitswiderstand des Wassers in den Poren.

$\Delta p \sim \text{grad } p \sim v_e \omega$
 $i_{st} \sim v_r \sim \Delta p$
 $i_{st} \sim v_e \omega$

$v_r \sim v_e$
 $i_{st} \sim v_r \sqrt{\omega}$
 $i_{st} \sim v_e \sqrt{\omega}$

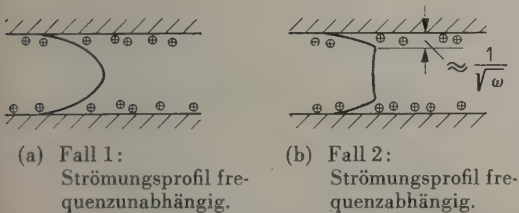


Abb. 3. Anschauliche Darstellung der Frequenzabhängigkeit des elektrokinetischen Effektes bei Glasfilterplatten (Bezeichnung wie in Abb. 2).

Der erste Fall (Abb. 3a) tritt bei feinporigen Filterplatten oder tiefen Frequenzen auf. Da die Dicke der Filterplatte klein gegen die Wellenlänge ist, kann man annehmen, daß die Schallausbreitung nicht gestört wird, d. h. die Druckdifferenz vor und hinter der Filterplatte ist dem Druckgradienten in Wasser proportional und nimmt daher linear mit der Frequenz zu. Da das Strömungsprofil sich wegen der Bedingung „Strömungswiderstand groß gegen Trägheitswiderstand“ nicht mit der Frequenz ändert, ist der Ladungstransport in der Grenzschicht proportional der durch die Druckdifferenz gegebenen Relativschnelle. Daraus folgt, daß der Strömungsstrom linear mit der Frequenz ansteigt. Der zweite Fall (Abb. 3b) tritt bei großporigen Filterplatten bzw. hohen Frequenzen auf. Das Wasser im Inneren der Pore bewegt sich wegen des überwiegenden Trägheitswiderstandes so, als ob die Filterplatte nicht vorhanden wäre. Es ist jedoch wesentlich, daß sich nun eine akustische Grenzschicht der Dicke $\sim 1/\sqrt{\omega}$ ausbildet (Rayleighsche Grenzschichtwellenlänge). Aus diesem Grunde werden die Ionen mit steigender Frequenz mehr von der Flüssigkeitsbewegung erfaßt, so daß der Strömungsstrom proportional mit der Wurzel aus der Frequenz zunimmt.

Die Ergebnisse dieser Betrachtung werden durch die folgende Rechnung für ein den jeweiligen Filterplatten entsprechendes Modell aus parallel übereinander angeordneten Glasstreifen oder Glaslamellen bestätigt und quantitativ erweitert. Das Modell ist in den zur Schallausbreitung senkrechten Richtungen unendlich ausgedehnt gedacht, stimmt aber hinsichtlich der Dicke, der Porosität [9], des Strömungswiderstandes bei Gleichströmung und der Dichte des Glases mit der entsprechenden Filterplatte überein. Der Abstand der

Glaslamellen soll klein gegen die Wellenlänge sein, so daß der Schalldruck vor den Porenöffnungen mit dem Schalldruck vor den Stirnflächen der Glaslamellen übereinstimmt. Unter diesen Voraussetzungen erhält man eine Differentialgleichung für die Bewegung des Wassers in den Poren und eine Differentialgleichung für die Bewegung des frei aufgehängten Glasmodells (Abb. 4)

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2} = \varrho_{H_2O} \frac{\partial v_1}{\partial t}, \tag{1}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} (1 - \sigma) - \eta \left(\frac{\partial v^*}{\partial y} \right)_{b/2} \frac{2\sigma}{b} = (1 - \sigma) \varrho_{Glas} \frac{\partial v_2}{\partial t}; \tag{2}$$

v_1 Schnelle des Wassers in den Poren, v_2 Schnelle des Modells, v^* Relativschnelle (Wasser-Modell), η Zähigkeitskonstante des Wassers, ϱ_{H_2O} , ϱ_{Glas} Dichte von Wasser und Glas, σ Porosität (freier Porenquerschnitt auf 1 cm² Filterplattenquerschnitt), b Abstand der Glaslamellen.

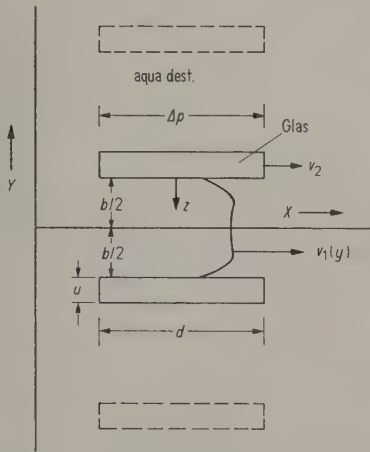


Abb. 4. Parallelplattenmodell im Schnitt.

Die aus der zeitfreien Lösung der Differentialgleichungen resultierende Relativschnelle wird durch den Ausdruck

$$\bar{v}^* = - \frac{\partial p / \partial x}{j \omega \varrho_{H_2O}} \left(\frac{\cosh \sqrt{j \frac{\omega \varrho_{H_2O}}{\eta}} y}{1 - \frac{\cosh \sqrt{j \frac{\omega \varrho_{H_2O}}{\eta}} b}{2}} \right) (1 - m) \tag{3}$$

wiedergegeben. Hierbei ist m eine Größe, die die Mitnahme des Modells angibt, wobei

$$\bar{v}_2 = \frac{\partial p / \partial x}{j \omega \varrho_{H_2O}} \cdot m \tag{4}$$

gilt, und m selbst durch den Ausdruck

$$m = \frac{(1 - \sigma) \varrho_{H_2O} + \sigma \varrho_{H_2O} \frac{\tanh \sqrt{j \omega} / \omega_{gr}}{\sqrt{j \omega} / \omega_{gr}}}{(1 - \sigma) \varrho_{Glas} + \sigma \varrho_{H_2O} \frac{\tanh \sqrt{j \omega} / \omega_{gr}}{\sqrt{j \omega} / \omega_{gr}}} \tag{5}$$

gegeben ist.

Die Größe ω_{gr} stellt die Grenzfrequenz dar, bei der der Trägheitswiderstand des Wassers in den Poren un-

gefähr gleich dem Strömungswiderstand ist; sie ist gegeben durch

$$\omega_{gr} = \frac{4\eta}{b^2 \varrho_{H_2O}} \quad (6)$$

Da die elektrische Grenzschicht sich 10^{-7} bis 10^{-6} cm von der Oberfläche des Glases ins Poreninnere erstreckt, wird der Ladungstransport im wesentlichen durch den Schnellegradienten an der Oberfläche bestimmt. Das Integral über den gesamten durch Ladungstransport entstehenden Strom beträgt

$$i = \int_{z=0}^{z_{\text{innen}}} \varrho(z) v(z) dz, \quad (7)$$

($\varrho(z)$ Raumladungsdichte des positiven Ionenüberschusses (siehe Abb. 5), $v(z)$ Schnelleverteilung vor der Porenwand). Das Integral geht durch partielle Integration und Anwendung der Poissonsgleichung unter der Voraussetzung Porendurchmesser bzw. akustische Grenzschicht groß gegen die Dicke der elektrischen Grenzschicht in den Ausdruck

$$i = \varepsilon \varepsilon_0 \left[\frac{\partial v(z)}{\partial z} \right]_{z=0} (\Psi_0 - \Psi_{\text{Wand}}) k \quad (8)$$

über (k Konstante durch Summation über alle Poren, $\Psi_0 - \Psi_{\text{Wand}} = \zeta$ Zetapotential bzw. Potentialdifferenz zwischen Porenwand und Poreninnerem). Die zugehörige elektrokinetische Spannung (Strömungspotential) ist diesem Ausdruck proportional, da der Strömungsstrom am ohmschen Widerstand $R = R_0 d$ des Wassers in den Poren einen entsprechend großen Spannungsabfall hervorruft. (R_0 ist der Widerstand pro Längeneinheit der Poren, d ist die Länge der Poren.) Man erhält somit

$$U = - \left[\frac{\partial v(z)}{\partial z} \right]_{z=0} \cdot C d, \quad (9)$$

d. h., daß bei bekannter Konstante C die elektrokinetische Wechselspannung aus der Größe des Grenzschichtgradienten ermittelt werden kann. Die Konstante C ergibt sich aus einer Gleichstromungseichung. Nach [1] ist das elektrokinetische Strömungspotential an Kapillaren und porösen Glasfilterplatten bei Gleichströmung durch den allgemeinen Ausdruck

$$U = P \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \zeta}{\eta \kappa} = P C' \quad (10)$$

(P Differenzdruck)

gegeben. Durch Gleichsetzen von Gl. (10) mit Gl. (9) erhält man

$$P C' = - \left(\frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y} \right)_{b/2} \cdot C d, \quad (11)$$

wobei (siehe Abb. 5)

$$- \left(\frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y} \right)_{b/2} = \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=0}.$$

Für das oben beschriebene Modell der Filterplatte ergibt sich bei Gleichströmung der Grenzschichtgradient:

$$- \left[\frac{\partial v(y)}{\partial y} \right]_{b/2} = - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{b}{2\eta}. \quad (12)$$

Durch Einsetzen von $(\partial v / \partial y)_{b/2}$ statt $(\partial \bar{v}^* / \partial y)_{b/2}$ in Gl. (11) erhält man

$$C = - C' \frac{2\eta}{b}. \quad (13)$$

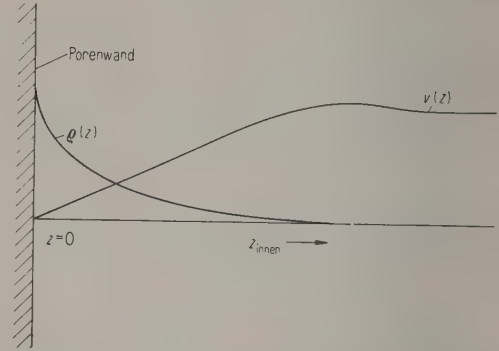


Abb. 5. Ladungs- und Schnelleverteilung vor der Porenwand; $\varrho(z)$ Ladungsverteilung, $v(z)$ Schnelleverteilung.

Aus Gl. (3) bildet man durch Differentiation

$$- (\partial \bar{v}^* / \partial y)_{b/2}$$

und erhält durch Einsetzen mit Gl. (13) in Gl. (9) nach einigen Umformungen

$$U = p_E C' \frac{d}{c} c_w (1-m) \omega_{gr} \sqrt{j \omega / \omega_{gr}} \tanh \sqrt{j \omega / \omega_{gr}} \quad (14)$$

(p_E Schalldruck der einfallenden Welle, c Schallgeschwindigkeit in Wasser).

Bei der Ableitung dieser Formel wurde weiterhin benutzt, daß die Druckdifferenz Δp auf den beiden Seiten der Filterplatte in der folgenden Weise von der Schnelle in der einfallenden Welle abhängt (Näherung für Filterplattendicke klein zur Wellenlänge, $d < \lambda$).

$$\Delta p = - v_E d j \omega \varrho_{H_2O} c_w \quad (15)$$

(v_E Schnelle in der einfallenden Welle),

wobei

$$c_w = \frac{1}{\left\{ m(1-\sigma) + \left[1 - \frac{\tanh \sqrt{j \omega / \omega_{gr}}}{\sqrt{j \omega / \omega_{gr}}} (1-m) \right] \sigma \right\}}; \quad (16)$$

ferner gilt

$$p_E = v_E c \varrho_{H_2O}.$$

Bestimmt man einerseits die akustische Spannungsempfindlichkeit $M_u = U/p_E$ und andererseits die Gleichstromungsempfindlichkeit $C' = U/P$ und bildet das Verhältnis der beiden Größen, so erhält man einen von elektrochemischen Eigenschaften unabhängigen Ausdruck, der Relativempfindlichkeit genannt wurde:

$$\frac{M_u}{C'} \frac{d}{c} c_w (1-m) \omega_{gr} \sqrt{j \omega / \omega_{gr}} \tanh \sqrt{j \omega / \omega_{gr}}. \quad (17)$$

Weiter gilt für das Modell durch Umformung von Gl. (6)

$$\omega_{gr} = r_i / 3 \varrho_{H_2O} \quad (18)$$

(r_i Strömungswiderstand im Poreninneren).

Bei der Verwendung der entsprechenden Filterplattendaten ergibt sich, daß der Faktor $c_w(1-m)$ im gesamten Frequenzbereich $\omega \ll \omega_{gr}$ bis $\omega \gg \omega_{gr}$ sich seinem Betrage nach um weniger als 4% und

hinsichtlich seiner Phase um etwa 4° ändert (siehe Abb. 6 und Tabelle I). Somit ist die Frequenzabhängigkeit der Relativempfindlichkeit im wesentlichen durch den Ausdruck (graphisché Darstellung in Abb. 7)

$$\omega_{gr} \sqrt{j} \omega / \omega_{gr} \tanh \sqrt{j} \omega / \omega_{gr}$$

bestimmt, der für $\omega \ll \omega_{gr}$ in $j \omega$ und für $\omega \gg \omega_{gr}$ in $\sqrt{\omega_{gr}} \cdot \sqrt{j \omega}$ übergeht. Darüber hinaus entspricht dem Übergang j zu \sqrt{j} eine Phasendifferenz von 45° des Strömungsstromes bei hohen gegenüber tiefen Frequenzen oder grobporigen gegenüber feinporigen Filterplatten.

Die genaue Rechnung für ein Modell der Filterplatten liefert also neben der bereits durch einfache Überlegung gefundenen Frequenzabhängigkeit die von elektrochemischen Eigenschaften unabhängige

Relativempfindlichkeit, und zwar für tiefe Frequenzen

$$\frac{M_u}{C'} = \frac{d}{c} c_w (1 - m) j \omega \tag{19}$$

und für hohe Frequenzen

$$\frac{M_u}{C'} = \frac{d}{c} c_w (1 - m) \sqrt{\omega_{gr}} \sqrt{j \omega} \tag{20}$$

zwei Beziehungen, die durch entsprechende Messungen an Filterplatten quantitativ nachgeprüft werden können.

2. Apparatur

Die Messung der akustischen Empfindlichkeit erfolgte in Form einer absoluten Strom- und Spannungseichung der Filterplatten als Schallempfänger (Abb. 8 und 9). Die Filterplatte ist in der mit schalldurchlässigen Kunststoff-Folien verschlossenen Meßzelle (Abb. 10) von destilliertem Wasser umgeben. Meßzelle und geeichter elektrostatischer Ultraschallstrahler [10] sind im Abstand von 1 m in

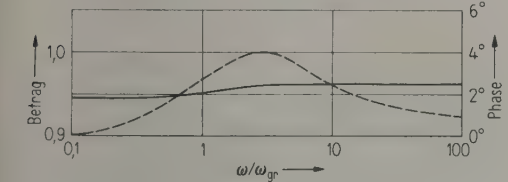


Abb. 6. Frequenzabhängigkeit des Faktors $c_w(1-m)$ nach Betrag (—) und Phase (---).
Beispiel: $\sigma = 0,335$, $r_i = 2,34 \cdot 10^5$ cgs, $\rho_{Glas} = 2,42$.

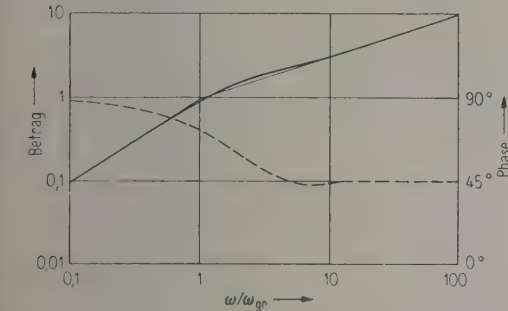


Abb. 7. Frequenzabhängigkeit des Ausdrucks $\sqrt{j} \omega / \omega_{gr} \tanh \sqrt{j} \omega / \omega_{gr}$ in der Nähe der Grenzfrequenz nach Betrag (—) und Phase (---).

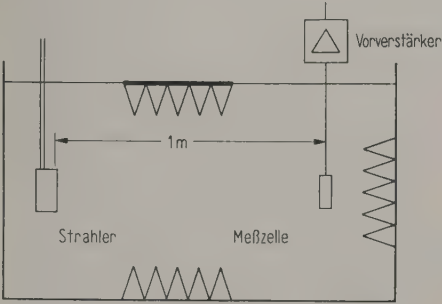


Abb. 8. Meßanordnung im Tank.

einem Eisentank von 1,50 m \times 0,8 m \times 0,8 m untergebracht. Die Wände des Tanks wurden mit schallschluckenden Keilankordnungen versehen, um die Reflexionen von den Seitenwänden möglichst herabzusetzen. Aus demselben Grund befand sich eine Schluckkeilankordnung zwischen Strahler und Meßzelle an der Wasseroberfläche.

Tabelle I

Nr.	G	ϕ	d	ρ_{Glas}	σ	r_i	$c_{w0}(1-m_0)$	$c_{w\infty}(1-m_\infty)$	ν_{gr}	ν'_{gr}	ν''_{gr}
		mm	mm			dyn cm ⁻⁴ s			kHz	kHz	kHz
1	2	29,8	1,1	2,59	0,397	$2,09 \cdot 10^4$	0,839	0,861	1,09	0,62	0,30
2	3	30,1	0,95	2,37	0,326	$1,57 \cdot 10^5$	0,924	0,946	8	4,5	2,5
3	4	30,0	1,1	2,39	0,307	$2,24 \cdot 10^6$	0,960	0,975	115	65	65
4	5	29,8	0,95	2,37	0,371	$1,06 \cdot 10^8$	0,861	0,908	$5,55 \cdot 10^3$	$3,14 \cdot 10^3$	
5	2	30,0	2,0	2,38	0,327	$1,44 \cdot 10^4$	0,928	0,952	0,75	0,43	0,2
6	3	29,9	1,9	2,38	0,410	$8,6 \cdot 10^4$	0,811	0,879	4,5	2,55	2,5
7	4	30,1	1,9	2,38	0,314	$1,67 \cdot 10^6$	0,950	0,964	87,5	50	50
8	5	30,0	1,9	2,38	0,367	$1,0 \cdot 10^8$	0,875	0,916	$5,26 \cdot 10^3$	$2,99 \cdot 10^3$	

Der Strahler wurde mit Trägerfrequenzimpulsen (Trägerfrequenz 20 bis 250 kHz, Pulsfrequenz 50 Hz, Impulsdauer 200 μ s) aus einem Breitbandverstärker betrieben. Die Aussteuerung des Verstärkers erfolgte mittels eines RC-Generators. Am Verstärkereingang lag der Modulationsteil, der von einem Impulsge-

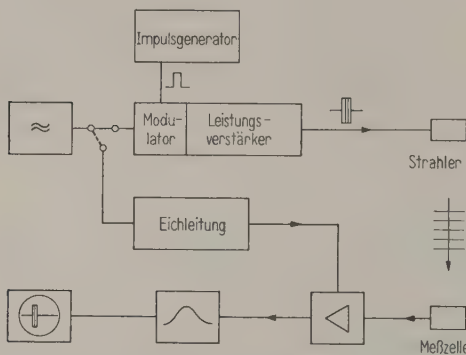


Abb. 9. Prinzipschaltbild zur Messung des elektrokinetischen Wechselepotentials.

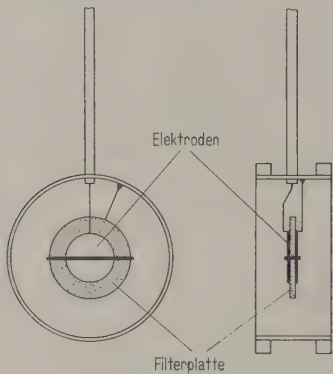


Abb. 10. Meßzelle mit Filterplatte.

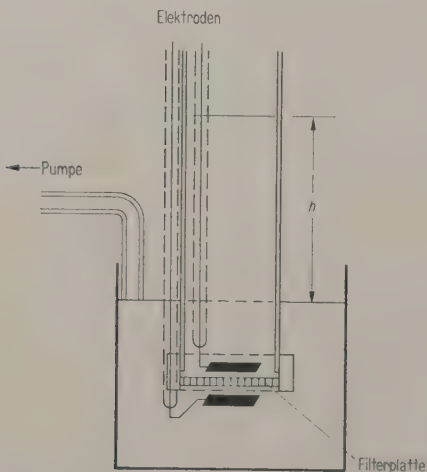


Abb. 11. Meßanordnung zur Bestimmung von Gleichstromempfindlichkeit und Strömungswiderstand der Filterplatten.

erator gesteuert wurde. Zur Verstärkung der Spannung an den Meßstellen diente ein rauscharmer Vorverstärker genügender Bandbreite, der mit Einrichtungen zur Strom- und Spannungseichung versehen war. Die weitere Verstärkung erfolgte in einem Resonanzverstärker mit veränderlicher Bandbreite. Auf einem Oszillographenschirm wurde die Impulshöhe auf eine feste Marke eingestellt. Vergleichsstrom und Vergleichsspannung wurden aus einer Eichleitung gewonnen und dem Vorverstärker zugeleitet. Die Einstellung der Eichleitung gab den jeweiligen Strom bzw. die jeweilige Spannung an, die erforderlich war, um auf dem Oszillographenschirm dieselbe Amplitude einzustellen wie vorher bei der Impulsmessung.

3. Meßanordnung für die Gleichstromeichung

Zur Ermittlung der Relativempfindlichkeit der Filterplatten ist als weitere elektrische Messung die Bestimmung der statischen Empfindlichkeit C' im Gleichstromversuch durchzuführen. Die Messung erfolgte mit der in Abb. 11 dargestellten Apparatur. Ein Glasrohr von 300 mm Länge und 30 mm Durchmesser wird am unteren Ende mit einer Gummimanschette versehen, die gleichzeitig erlaubt, eine Filterplatte dicht einzuspannen. Das Rohr taucht mit seinem unteren Ende in ein Becherglas mit destilliertem Wasser. Aus einem Scheidetrichter kann destilliertes Wasser in das Innere des Rohres eingefüllt werden. Das Wasser strömt durch die Poren der Filterplatte nach außen und ruft daher eine elektrokinetische Gleichspannung hervor, die durch zwei platinisierte Platinelektroden (je eine im Inneren des Rohres und im Becherglas) abgenommen wird. Da die Spannung bei hohem Innenwiderstand nur einige Millivolt beträgt, mußte ein indirektes Verfahren verwendet werden, derart, daß an die Meßelektroden kurzzeitig eine bekannte variable Vergleichsspannung bei niedrigem Innenwiderstand angelegt und der Nullpunkt durch Verstärkung der resultierenden Spannung und Anzeige auf dem Oszillographenschirm bestimmt wurde (Abb. 12). Bei der Messung

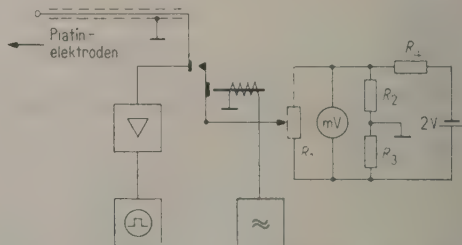


Abb. 12. Schaltbild zur Spannungsmessung bei der Gleichstromeichung der Filterplatten.
 $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 7 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 200 \Omega$.

wurde die Abhängigkeit der elektrokinetischen Spannung von der Wassersäulenhöhe bestimmt, wobei der Wasserspiegel im Becherglas durch Absaugen konstant gehalten wurde. Die Linearität des Zusammenhanges diente hierbei als Kontrolle der Messung (siehe Beispiel in Abb. 13).

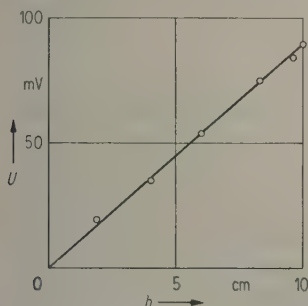


Abb. 13. Meßbeispiel zur Gleichströmungseichung ($C' = 8,9 \text{ mV/cm} \cong -101 \text{ dB}$).

4. Leitwertvergleich

Die bei der Bestimmung der Relativempfindlichkeit vorausgesetzte Gleichheit der elektrochemischen Bedingungen bei akustischer Eichung und Gleichströmungseichung war hinsichtlich des Leitwertes des Wassers nur zum Teil erfüllt. Es wurde daher bei jeder der Messungen mit einer Tauchelektrode der Leitwert des verwendeten Wassers kontrolliert und bei Abweichungen die Gleichströmungsempfindlichkeit entsprechend auf den Leitwert des Wassers bei der Messung der Wechselströmungsempfindlichkeit unter Zugrundelegung eines umgekehrt proportionalen Zusammenhanges zwischen Leitwert und Empfindlichkeit umgerechnet.

5. Der Strömungswiderstand

Bei der Anwendung der Gleichung für die Relativempfindlichkeit (Gl. (17), (19) und (20)) des Filterplattenmodells auf Filterplatten selbst müssen die Größen ω_{gr} , c_w und $(1-m)$ bestimmt werden. Die Grenzfrequenz hängt über den Ausdruck (18)

$$\omega_{gr} = r_i / 3 \varrho_{H_2O}$$

von dem Gleichströmungswiderstand r_i der Filterplatten ab, der über die Beziehung $r_i = r_a \sigma$ mit dem direkt meßbaren Strömungswiderstand r_a verknüpft ist [9]. Die Messung von r_a wurde mit der bei der Gleichströmungseichung beschriebenen Anordnung (Abb. 11) durchgeführt, wobei die Zeit $\Delta\tau$ bestimmt wurde, in der die Wassersäule im Rohrrinnen von einer Höhe h_0 auf eine Höhe h_1 sank (h_0 und h_1 sind auf den konstanten Wasserspiegel im Becherglas bezogen). r_a erhält man dann aus der Beziehung

$$r_a = \frac{\Delta\tau \varrho_{H_2O} g L}{d \ln(h_0/h_1)}, \quad (21)$$

wobei $L = F_F/F_R$, F_F Filterplattenquerschnitt, F_R Rohrquerschnitt, ϱ_{H_2O} Dichte des Wassers, d Dicke der Filterplatte, g Erdbeschleunigung, $\Delta\tau$ Zeit, in der die Wassersäule von h_0 auf h_1 sinkt.

6. Porosität

Die zur Ermittlung von r_i noch notwendige Bestimmung von σ als Verhältnis von freiem Porenquerschnitt zum Gesamtquerschnitt der Filterplatte erfolgte über eine Auftriebsbestimmung in Wasser nach der Gleichung

$$\sigma = 1 - \frac{G_t - G_n}{\varrho_{H_2O} V_G} \quad (22)$$

mit G_t Gewicht der trockenen Filterplatte, G_n Gewicht der luftfreien Filterplatte im Wasser, V_G Rauminhalt der Filterplatte aus Durchmesser \times Dicke.

Ferner wurde bei dieser Messung der Wert der Dichte des Glases gewonnen, über den zugleich eine Kontrolle der Porositätsbestimmung durchgeführt werden konnte. Die für die einzelnen Filterplatten ermittelten Werte von r_i , σ , ν_{gr} , ϱ_{Glas} und $c_w(1-m)$ (Grenzwerte für sehr hohe und tiefe Frequenzen aus Formel (5) und (16)) sind in Tabelle I aufgeführt.

7. Wahl der Filterplatten und Vorbehandlung

Die verwendeten Filterplatten wurden von der Firma Schott & Gen., Darmstadt, bezogen, und zwar die Typen G_2 , G_3 , G_4 , G_5 .

Porengröße (ϕ): $G_2 = 40$ bis 90μ , $G_3 = 15$ bis 40μ ,
 $G_4 = 3$ bis 15μ , $G_5 = 1,7$ bis $3,0 \mu$,

Durchmesser: 30 mm,

Dicke: 3 bis 4 mm,

Glassorte: Gerätglas 20.

Zur Erzielung möglichst großer Empfindlichkeit wurde folgende Vorbehandlung durchgeführt. Nach dem Abschleifen der Filterplatten auf die gewünschte Dicke von 1 und 2 mm wurden sie 2- bis 3mal je 5 min in verdünnter Salzsäure ausgekocht. Auf diese Weise konnten Schleifrückstände und Verunreinigungen, besonders Metallspuren, weitgehend entfernt werden. Ferner werden durch die Salzsäurebehandlung die Oberflächeneigenschaften hinsichtlich der Ausbildung der elektrischen Grenzschicht günstig beeinflusst. Zur vollständigen Entfernung der Salzsäure wurden die Filterplatten nach gründlichem Waschen mit destilliertem Wasser 5 min bei einer Temperatur von 700°C ausgeglüht. Es zeigte sich, daß die Messungen nur bei vollständiger Tränkung der Filterplatten mit destilliertem Wasser reproduzierbar waren. Aus diesem Grunde wurden die Filterplatten im Vakuum getränkt und unter entgastem destilliertem Wasser in die Meßzelle eingesetzt.

8. Meßergebnisse

a) Spannungs- und Stromempfindlichkeit an Filterplatten verschiedener Porengröße und -dicke

Abb. 14 zeigt die Ergebnisse der Strom- und Spannungseichung an Filterplatten G_2 , G_3 , G_4 , G_5 von 1 mm Dicke. Die Stromempfindlichkeit (Kurzschlußstrom) nimmt bei der feinstporigen Filterplatte G_5 proportional mit ω zu. Bei der Filterplatte G_4 liegt

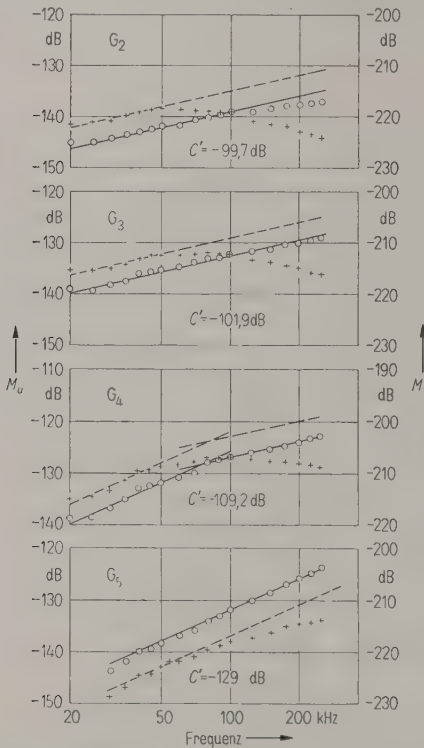


Abb. 14. Strom- und Spannungsempfindlichkeit bei Filterplatten; $d=1$ mm.

M_u Spannungsempfindlichkeit,
0 dB $\triangleq 1$ V/1 μ bar (+ + + +),
 M_i Stromempfindlichkeit,
0 dB $\triangleq 1$ A/1 μ bar (o o o o),
 C' Gleichstromempfindlichkeit,
0 dB $\triangleq 1$ V/1 μ bar.

bei tiefen Frequenzen ein Anstieg mit ω , bei hohen Frequenzen mit $1/\omega$ vor. In der Rechnung des Modells geht die Frequenzkurve im Übergangsgebiet über die Asymptote für hohe Frequenzen hinaus (Abb. 7). Diese Form der Kurve tritt bei der Filterplattenmessung nicht in Erscheinung. Eine Erklärung hierfür dürfte in der Streuung der Porengröße um einen Mittelwert zu suchen sein. Abb. 15 zeigt die Frequenzkurven im Übergangsgebiet für zwei Modelle mit verschiedenem Lamellenabstand. Bildet man den Mittelwert der Amplituden, so erhält man

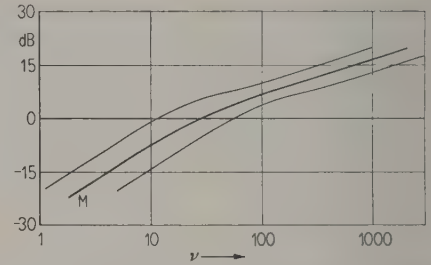


Abb. 15. Frequenzkurve in der Nähe der Grenzfrequenz bei einem Modell mit zwei verschiedenen Porengrößen; Frequenzmaßstab relativ.

die Kurve M, die der Messung an der Filterplatte G_4 besser entspricht. Die grobporigen Filterplatten G_3 und G_2 zeigen einen Anstieg der Stromempfindlichkeit mit $1/\omega$. Aus den Messungen des Gleichstromwiderstandes r_i (siehe Tabelle I) ist zu ersehen, daß bei den Filterplatten kleinster Porengröße (G_5) die Meßfrequenz im ganzen Bereich unter der Grenzfrequenz liegt. Der Anstieg der Frequenzkurve mit ω steht somit in Übereinstimmung mit der Rechnung am Strömungsmodell. Entsprechendes gilt für die Filterplatten G_2 und G_3 .

Der Verlauf der Spannungsempfindlichkeit (Leerlaufspannung) müßte dem Verlauf der Stromempfindlichkeit bis auf einen konstanten Faktor gleich sein. Man stellt jedoch bei hohen Frequenzen in allen vier Fällen einen Spannungsabfall fest. Die Ursache hierfür ist eine Parallelkapazität zwischen den Elektroden von im Mittel 100 pF, hervorgerufen durch die hohe Dielektrizitätskonstante des Wassers (siehe Ersatzschaltbild der Anordnung Abb. 16).

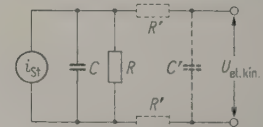


Abb. 16. Ersatzschaltbild der Filterplattenanordnung. i_{st} Strömungsstrom, C Parallelkapazität in den Poren infolge der hohen Dielektrizitätskonstante von Wasser, R Widerstand des Wassers in den Poren, R' Widerstand zwischen Filterplatte und Elektroden, C' Kapazität der Elektroden und Zuleitungen.

Die gestrichelten Linien in den Meßergebnissen stellen die Spannungsabhängigkeit dar, die man bei Fortfall der Parallelkapazität erhielte. Bei der Auswertung hinsichtlich der Relativempfindlichkeit werden diese umgerechneten Empfindlichkeiten zugrunde gelegt.

In Abb. 17 sind die entsprechenden Ergebnisse der Empfindlichkeitsmessung für 2 mm starke Filterplatten dargestellt. Strom- und Spannungsempfindlichkeit zeigen im wesentlichen den gleichen Verlauf wie

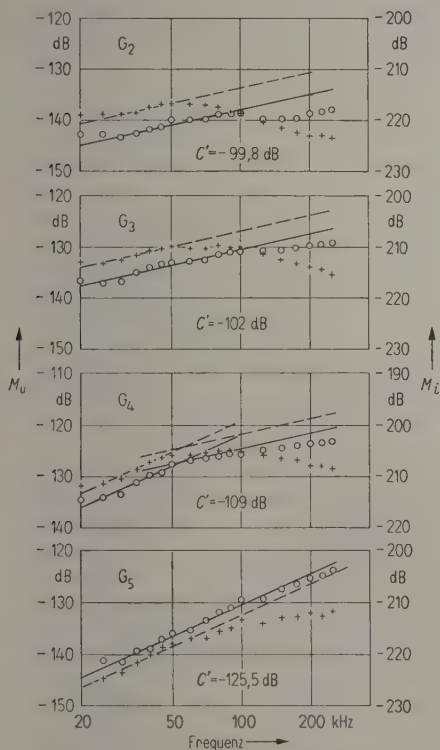


Abb. 17. Strom- und Spannungsempfindlichkeit bei Filterplatten; $d=2$ mm.
 M_u Spannungsempfindlichkeit,
0 dB $\cong 1$ V/1 μ bar (++++),
 M_i Stromempfindlichkeit,
0 dB $\cong 1$ A/1 μ bar (oooo),
 C' Gleichstromempfindlichkeit,
0 dB $\cong 1$ V/1 μ bar.

bei 1-mm-Filterplatten. Die maximale Spannungsempfindlichkeit beträgt -125 dB bei 90 kHz für Filterplatte G_4 , Dicke $=2$ mm. Der Grund ist in der hohen Relativempfindlichkeit (siehe unten) und der verhältnismäßig hohen Gleichstromempfindlichkeit C' zu sehen. Bei allen Eichkurven ist die Spannungsempfindlichkeit im Gleichstromversuch C' angegeben, die für die einzelnen Filterplatten jeweils im Anschluß an die akustische Messung ermittelt wurde. Die Gleichstromempfindlichkeit nimmt bei den feinporigen Filterplatten stark ab. Der Grund hierfür liegt in einer zusätzlich auftretenden Oberflächenleitfähigkeit des Wassers an den Porenwänden [1]. Aus diesem Grunde führt erst die Bestimmung der Relativempfindlichkeit, die von dieser Erscheinung und anderen elektrochemischen Größen unabhängig ist, zu einer geeigneten Beschreibung der akustischen Einflüsse.

b) Relativempfindlichkeit

Die Abb. 18 zeigt die Relativempfindlichkeiten der Filterplatten von 1 und 2 mm Dicke bei ver-

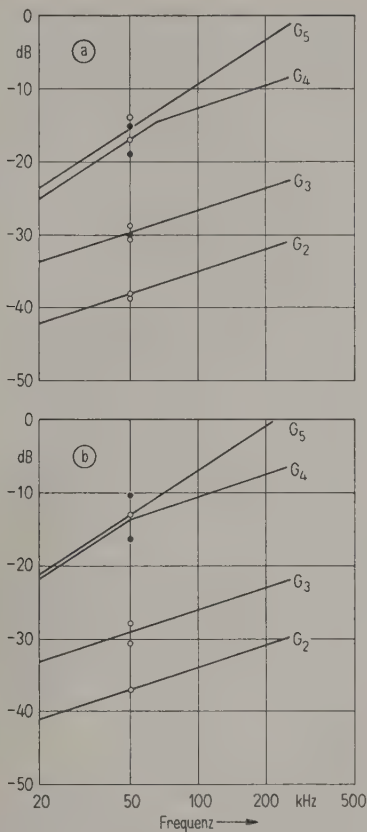


Abb. 18. Relativempfindlichkeit der Filterplatten.
(a) $d=1$ mm, (b) $d=2$ mm. Die Kurven stellen Mittelwerte aus mehreren Messungen von M_u , M_i und C' dar; die Punkte \bullet beziehen sich auf G_4 .

schiedener Porengröße. In Abb. 19 wurde weiter auf gleiche Konstanten $c_w(1-m)=1$ und $d=0,1$ cm umgerechnet (siehe Formel (17) und Tabelle I). Außerdem zeigt die gestrichelte Gerade die für ein entsprechendes Modell berechnete Relativempfindlichkeit für den Fall, daß die Meßfrequenz kleiner als die Grenzfrequenz ist (Filterplatte G_5 und bei tiefen Frequenzen G_4). Im Rahmen der Meßgenauigkeit zeigt sich gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung, besonders für Filterplatten von 1 mm Dicke. Diese gute Übereinstimmung weist auf die Möglichkeit, ein jederzeit durch eine Gleichdruck-Spannungsmessung eichbares Ultraschall-Mikrophon herzustellen. Die Relativempfindlichkeit zwischen den Filterplatten G_4 und G_5 stimmt bei tiefen Frequenzen überein. Extrapoliert man die Frequenzkurven für alle Filterplatten nach tiefen Frequenzen (Abb. 19), so schneiden die Empfindlichkeitskurven der Filterplatten G_3 und G_2 die Empfindlichkeitskurven der Filterplatten G_4 und G_5 bei verschiedenen Frequenzen ν_{gr} , die der jeweiligen Grenzfren-

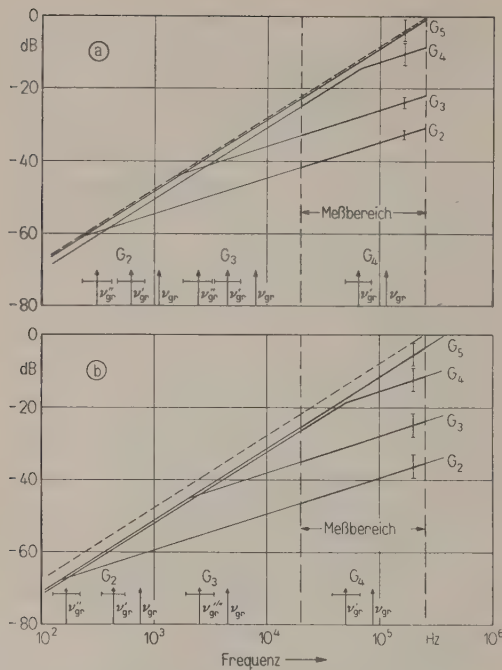


Abb. 19. Relativempfindlichkeit der Filterplatten.
(a) $d = 1$ mm, (b) $d = 2$ mm, auf $c_w(1-m) = 1$, $d = 0,1$ cm umgerechnet.

quenz von G_3 und G_2 entsprechen. Die Grenzfrequenzen der Filterplatten wurden ferner aus dem Gleichströmungswiderstand berechnet ν_{gr} (siehe Formel (18) und Tabelle I). Es ergeben sich aber starke Abweichungen (Faktor 1,5–3), da bei dieser Rechnung der Strukturfaktor [9] nicht berücksichtigt wurde. Legt man jedoch die bei der Filterplatte G_4 gemessene Grenzfrequenz zugrunde und bezieht auf den zugehörigen Strömungswiderstand r_1 , so kann man für die anderen Filterplatten Grenzfrequenzen ν'_{gr} berechnen, die eine bessere Übereinstimmung mit den durch Extrapolation gefundenen Grenzfrequenzen ν''_{gr} zeigen. Der Ausdruck für die Berechnung dieser Grenzfrequenzen lautet

$$\nu'_{gr} = \frac{r_1}{r_{14}} \nu'_{gr4}; \quad (23)$$

ν'_{gr4} Grenzfrequenz der Filterplatte G_4 (gemessen), ν'_{gr} Grenzfrequenz der Filterplatte G_2 bzw. G_3 , r_{14} Strömungswiderstand der Filterplatte G_4 , r_1 Strömungswiderstand der Filterplatte G_2 oder G_3 .

Hierbei ist angenommen, daß der Strukturfaktor für sämtliche Filterplatten etwa dieselbe Größe hat.

Allgemein kann man sagen, daß die Filterplatten bis auf die wenig unterschiedlichen Konstanten c_w und $(1-m)$ bei tiefen Frequenzen hinsichtlich ihrer Empfindlichkeit übereinstimmen und einen Anstieg

der Relativempfindlichkeit mit ω aufweisen. Von der jeweiligen Grenzfrequenz an geht der Anstieg jedoch nur noch proportional mit $\sqrt{\omega}$, so daß grobporige Filterplatten entsprechend der Lage ihrer Grenzfrequenz bei hohen Frequenzen eine geringere Relativempfindlichkeit zeigen.

c) Dickenabhängigkeit

Bei der Kontrolle der Dickenabhängigkeit der Empfindlichkeit kann man die feinporigen Filterplatten wie folgt vergleichen. Die Relativempfindlichkeit (19) wurde auf die Frequenz und die Konstanten $c_w(1-m)$ bezogen. Man erhält eine Dicke d' :

$$\frac{M_u}{C'} \frac{c}{c_{w0}(1-m_0)\omega} = d'_0$$

und bei den grobporigen Filterplatten entsprechend Gl. (20) folgt

$$\frac{M_u}{C'} \frac{c}{c_{w\infty}(1-m_\infty)\sqrt{\omega}\sqrt{\omega_{gr}}} = d'_\infty$$

Als Grenzfrequenz wurde die über die gemessene Grenzfrequenz an der Filterplatte G_4 ermittelte Grenzfrequenz eingesetzt. Das Verhältnis von d' bei 2- und 1-mm-Filterplatten ist in Tabelle II zusammengestellt. Zu einer exakten Bestätigung von $d' = 1$ bzw. 2 mm reicht die Meßgenauigkeit jedoch nicht aus.

Tabelle II
Dickenabhängigkeit

	G_2	G_3	G_4	G_5
d'_2/d'_1	1,2	2,7	1,54	1,95

d) Durchmesserabhängigkeit

Die Abhängigkeit vom Durchmesser wurde nicht weiter untersucht. Da der Filterplattendurchmesser von 30 mm bei tiefen Frequenzen kleiner als die Wellenlänge, bei hohen Frequenzen größer als die Wellenlänge ist, hätte sich ein Einfluß des Durchmessers durch eine Abweichung der Frequenzkurven der Stromempfindlichkeit von der Geraden bemerkbar machen müssen. Da eine solche Abweichung bis auf den Fall der grobporigsten Filterplatte nicht bemerkt wurde, kann man annehmen, daß die Meßergebnisse vom Durchmesser weitgehend unabhängig sind oder Abweichungen erst bei sehr viel kleinerem Durchmesser auftreten. Das ist besonders der Fall, wenn die Dicke der Filterplatten nicht mehr klein gegen den Durchmesser ist. Es findet dann ein Druckausgleich um den Filterplattenrand statt. Es kann somit angenommen werden, daß die Filterplatten von 30 mm Durchmesser sich ebenso verhalten, als ob ihre seitliche Ausdehnung unendlich

groß wäre. Dies wird durch die Übereinstimmung der Meßergebnisse mit der Rechnung für das Modell bestätigt.

e) Phasenmessung

Die Gl. (17) zeigt (vgl. Abb. 7), daß sich je nach dem, ob die Meßfrequenz bei dem Modell oberhalb oder unterhalb der Grenzfrequenz liegt, die Phase des Strömungsstromes gegenüber der Schnelle in der einfallenden Welle um den Winkel von 45° unterscheidet. Um diesen Phasenunterschied auch an porösen Filterplatten nachzuweisen, wurde folgende Anordnung (Abb. 20) gewählt. Eine feinporige und

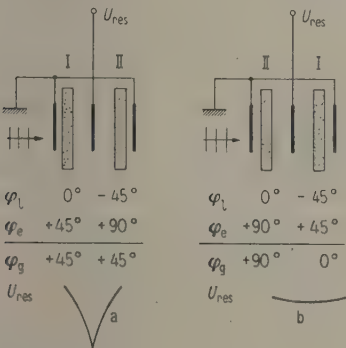


Abb. 20. Filterplattenanordnung bei der Phasenmessung; φ_l Phasenwinkel infolge der Laufzeit der Welle, φ_e Phasenwinkel des elektrokinetischen Effektes, φ_g Phasenwinkel des Strömungsstromes an den Filterplatten, U_{res} resultierende Elektrodenspannung.

eine grobporige Filterplatte von nahezu gleicher Mikrophonempfindlichkeit werden im Schallfeld dicht hintereinander angebracht. Der Abstand der Mittelebenen der Filterplatten beträgt 2,1 mm. Zwischen den Filterplatten befindet sich eine Platinelektrode, die zum Eingang des Vorverstärkers führt. Außen an den Filterplatten liegt je eine Erdelektrode. Die Schalldruckdifferenz an der hinteren Filterplatte (strahlerabgewandt) ist gegenüber der Druckdifferenz an der vorderen Filterplatte um die Laufzeit der Schallwelle längs des Mittelebenenabstandes der Filterplatten verzögert. Bei einem Abstand von 2,1 mm ergibt sich eine Verzögerung von 45° bei der Frequenz 90 kHz. Ist nun bei gleicher Schnellephase der Strömungsstrom in der vorderen grobporigen Filterplatte auf Grund der akustischen Grenzeigenschafteneigenschaften um 45° gegenüber der hinteren Filterplatte verzögert, so muß auf Grund der Laufzeitverzögerung bei der hinteren Filterplatte die Phase des Strömungsstromes in beiden Filterplatten gleich sein. Bei gleicher Empfindlichkeit heben sich dann die Strömungsströme wegen der speziellen Elektrodenanordnung auf. Es muß sich

also in der Frequenzkurve der Anordnung bei 90 kHz ein ausgeprägtes Minimum zeigen. Dreht man dagegen die Meßzelle um 180° und vertauscht damit die Filterplatten, so ist bei 90 kHz die Phasendifferenz der beiden Strömungsströme 90° . In diesem Fall darf sich also kein Minimum zeigen. Die Meßergebnisse (siehe Abb. 21), die den erwarteten Verlauf zeigen, bestätigen somit, daß der Strömungsstrom in der grobporigen Filterplatte um 45° gegenüber den Strömungsstrom in der feinporigen Filterplatte verzögert ist.

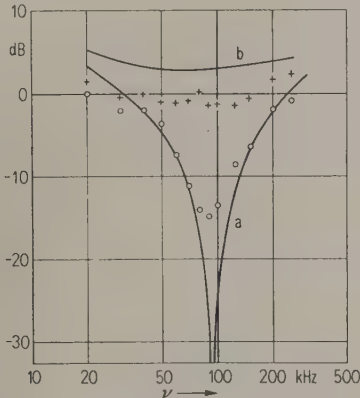


Abb. 21. Frequenzkurven zur Phasenmessung. Die Kurven a und b geben die gerechneten Werte wieder.

In Abb. 21 ist ferner die theoretische Frequenzkurve der Anordnung für die beiden Fälle dargestellt, unter der Voraussetzung, daß bei 90 kHz die Stromempfindlichkeit beider Filterplatten gleich ist. Die Ergebnisse der Messung und Rechnung sind durch ω dividiert. Die Parallelkapazität der Filterplatten, die bei anderen Anordnungen stören würde, kann sich hier nicht als ein Fehler der Phasenmessung auswirken, da beide Filterplatten elektrisch parallel geschaltet sind (Abb. 22). Die Genauigkeit der Mes-

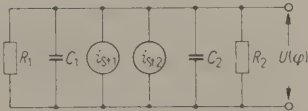


Abb. 22. Ersatzschaltbild der Filterplattenanordnung bei der Phasenmessung; R_1, R_2 Widerstand in den Poren, C_1, C_2 Parallelkapazität, i_{s1}, i_{s2} Strömungsstrom in den Filterplatten.

sung liegt bei $\pm 10^\circ$ des Phasenwinkels und ist im wesentlichen durch die Genauigkeit der Abstandsmessung und der Schärfe des Minimums in Kurve a gegeben. Es wurde angenommen, daß die Abweichung der Schallgeschwindigkeit in den Filterplatten vom Wert 1500 m/s vernachlässigbar ist.

f) Sondenmikrophon

Auf Grund der gewonnenen Erfahrungen an Filterplatten wurde ein elektrokinetisches Sondenmikrophon entwickelt. Der Grundgedanke war, die Druckdifferenz auf den beiden Seiten der Filterplatten, die nur die Größe Druckgradient \times Dicke der Filterplatte hat, auf den vollen Schalldruck heraufzusetzen, um die Empfindlichkeit zu steigern. Das erfordert eine starre Einspannung der Filterplatte und schallweichen Abschluß auf einer Seite. Die starre Einspannung ist bei Filterplatten nicht zu verwirklichen. Es wurde daher folgende Anordnung gewählt. Ein an beiden Seiten geschlossener Hohlzylinder aus porösem Glasmaterial, Länge 5 bis 10 mm, Außendurchmesser 2 bis 4 mm, Innendurchmesser 1 bis 2 mm, wird innen mit einem luftgefüllten Kunststoffschlauch versehen. Bei dem kleinen Durchmesser sind die Zylinderwände praktisch starr, und das Wasser muß unter dem Einfluß des äußeren Schalldrucks durch die Poren strömen, wobei von innen kein Gegendruck auftritt. Die Abnahmelektroden befinden sich innerhalb und außerhalb des porösen Glaszylinders. Die ganze Anordnung ist in einem Plexiglaszylinder, der mit destilliertem Wasser gefüllt ist, untergebracht (siehe Abb. 23). Um in einem größeren Meßbereich konstante Empfindlichkeit zu erzielen, muß man möglichst feinporiges Filtermaterial wählen, so daß der Trägheitswiderstand des Wassers in den Poren unter dem Gleichströmungswiderstand liegt. Im vorliegenden Fall wurde Filterplattenmaterial G_4 verwendet, das neben genügender Porenfeinheit auch noch einen großen elektrokinetischen Effekt zeigt. Die Mikrophonempfindlichkeit

betrug im Mittel -123 dB (siehe Abb. 23). Die obere Frequenzgrenze ist durch Porengröße und Außendurchmesser der Sonde gegeben. Der Innenwiderstand des Sondenmikrophons betrug $5\text{ k}\Omega$, weswegen bei niedrigen Frequenzen, 20 kHz , die Rauschspannung um 20 dB niedriger als bei einem gleich empfindlichen Turmalinmikrophon war.

Schlußbemerkung

Abschließend kann man feststellen, daß das Verhalten von porösen Glasfilterplatten hinsichtlich der Frequenzabhängigkeit des elektrokinetischen Effektes bei Ultraschall durch die Rechnung an einem stark vereinfachten Modell verhältnismäßig gut wiedergegeben wird. Daraus folgt unter anderem die Richtigkeit der Voraussetzung, daß die elektrische Grenzschichtdicke klein gegen die akustische Grenzschichtdicke sein soll. Nach dem aus der Literatur [1] entnommenen Zahlenwert für die elektrische Grenzschichtdicke von 10^{-7} bis 10^{-6} cm ergäbe sich erst bei 300 MHz Gleichheit mit der akustischen Grenzschichtdicke. Der Porendurchmesser von 10^{-4} cm bei der feinporigsten Filterplatte G_3 ist größer als die elektrische Grenzschichtdicke.

Für die Stellung der Aufgabe und richtungweisende Vorschläge möchte ich Herrn Professor Dr. E. MEYER besonders danken, Herrn Dozent Dr. K. TAMM für fördernde Diskussionen und experimentelle Ratschläge, Herrn Dipl.-Phys. F. WIEKHORST für die freundliche Überlassung der von ihm entwickelten geeichten elektrostatischen Ultraschallstrahler

(Eingegangen am 27. Dezember 1955.)

Schrifttum

- [1] WIEN-HARMS, Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 12, 2, Akad. Verlagsges., Leipzig 1928, S. 417 ff.
- [2] GRAETZ, L., Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, Bd. 2, J. A. Barth, Leipzig 1912, S. 366–482.
- [3] FREUNDLICH, H., Kapillarchemie. Akad. Verlagsges., Leipzig 1930, S. 355.
- [4] WILLIAMS, M., Rev. Sci. Instrum. **19** [1948], 640 bis 646.
- [5] YEAGER, E. und HOVORKA, F., J. acoust. Soc. Amer. **25** [1953], 443–455. DIETRICK, H., YEAGER, E., BUGOSH, J. und HOVORKA, F., J. acoust. Soc. Amer. **25** [1953], 461–465.
- [6] SAUNDERS, F., YEAGER, E. und HOVORKA, F., J. acoust. Soc. Amer. **27** [1955], 556–563.
- [7] PACKARD, R. G., J. Chem. Phys. **21** [1953], 303 bis 307.
- [8] SCHMIDT, G. und KNAPP, H., Z. angew. Phys. **5** [1953], 463–472.
- [9] CREMER, L., Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik, Bd. 3. S. Hirzel Verlag, Leipzig 1950, 131–144.
- [10] WIEKHORST, F., Diplomarbeit, III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen, 1955.

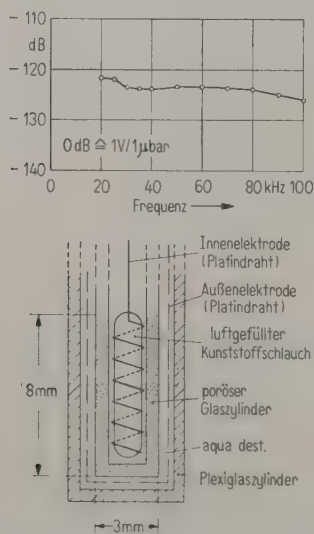


Abb. 23. Elektrokinetisches Sondenmikrophon; (a) Frequenzabhängigkeit der Empfindlichkeit, (b) Sondenanordnung im Schnitt.

LETTERS TO THE EDITORS

Loudness of common noises

by P. H. PARKIN

Building Research Station, Garston, Hertfordshire, England

Seventy-one per cent of books on acoustics contain a table showing typical noise levels. The levels are given in decibel or in phons, often without any specification of the distance. Decibel levels mean little on their own, even if the distance is given, and it is unlikely that the phon levels were obtained by the observer "listening with both ears to the sound under measurement and to the standard tone (a sensibly plane sinusoidal progressive sound wave coming directly in front of the observer and having a frequency of 1000 c/s) presented alternately".

As various methods of calculating loudness are available it is time that a more up-to-date table was compiled. This has been done and is given here for future writers of books on acoustics to choose from, if they so wish.

The loudnesses are calculated from octave analyses, by four methods: that suggested by B. G. GATES in the discussion of the paper by CHURCHER and KING (J. Inst. elect. Engrs. **81** [1937], 85–86); that given by MINTZ and TYZZER, after BERANEK (J. acoust. Soc. Amer. **24** [1952], 80–82); that given by S. S. STEVENS (J. acoust.

Table of phons
(* indicates extrapolations)

Noise	Method			
	GATES (based on CHURCHER and KING)	MINTZ and TYZZER	S. S. STEVENS	GATES (based on ROBINSON and DADSON)
Large (four-engined) turbo-jet airliner at take-off power; maximum values when overhead at 125 ft. (38 m)	130*	150*	140*	140*
Single-engined turbo-jet fighter aircraft at take-off power; maximum values overhead at 125 ft. (38 m)	125*	145*	130*	135*
Riveting on large steel plate; distance 6 ft. (2 m)	130*	140*	130	130*
Large (four-engined) piston-engined airliner at take-off power; maximum values when overhead at 125 ft. (38 m)	125*	140*	130	130*
Medium-sized (but four-engined) turbo-prop airliner; maximum values when overhead at 125 ft. (38 m)	120*	130	120	120*
Medium-sized (two-engined) piston-engined airliner; maximum values when overhead at 125 ft. (38 m)	115*	125	115	120
Large (four-engined) turbo-engined turbo-prop airliner at take-off power; maximum values when overhead at 125 ft. (38 m)	110*	120	115	115
Large (four-engined) piston-engined airliner; maximum values when overhead about 3 miles (4.8 km) after take-off; height about 650 ft. (200 m)	110*	115	105	105
Nylon up-twisting factory	110*	120	115	115
Electric trains over steel bridge; distance 20 ft. (6 m)	105	115	110	110
Weaving shed	100	110	100	100
Large (four-engined) turbo-prop airliner; maximum values when overhead about 3 miles (4.8 km) after take-off; height not known	95	105	100	100
Medium-sized (but four-engined) turbo-prop airliner; maximum values when overhead about 3 miles (4.8 km) after take-off; height about 650 ft. (200 m)	95	110	105	100
Medium-sized (two-engined) piston-engined airliner; maximum values when overhead about 3 miles (4.8 km) after take-off; height not known	95	105	100	95
Ordinary ball valve; distance 6 inches (15 cm)	90	95	100	90
Two pneumatic road drills and compressor in open air; distance 125 ft. (38 m)	90	95	90	90
Steam and diesel trains (U.S.A.); distance 100 ft. (30 m)	90	95	95	95
Kerb-side at Waterloo Bridge (London) rush-hour	90	100	90	95
Electric trains (U.S.A.); distance 100 ft. (30 m)	90	95	90	90
Kerb-side, heavy traffic (Chicago)	85	90	85	85
Kerb-side, Regent Street (London); afternoon	80	85	80	85
Main road traffic (England); distance 100 ft. (30 m)	80	85	80	85
Noisy canteen	80	85	80	80
Male speech; distance 3 ft. (1 m)	80	80	75	80
Quiet ball valve; distance 6 inches (15 cm)	80	80	85	80
Typing office U.S.A., (ten typewriters, one teletype machine; acoustic ceiling)	80	80	75	80
Noisy private office, U.S.A.; (acoustic ceiling)	75	75	70	75
Kerb-side, average traffic (Chicago)	75	75	70	75
Moderate rain (English) on small glass-house	75	80	75	75
Steam trains (England) distance 1½ miles (2.4 km)	70	70	65	70
Centre of Hyde Park (London); day-time	65	65	65	65
Quiet private office, U.S.A. (acoustic ceiling)	65	65	65	70
Kerb-side, light traffic (Chicago)	60	60	55	60

Soc. Amer. **28** [1956], 807–832); and again that suggested by B. G. GATES but now based on the re-determination of the equal-loudness relations by ROBINSON and DADSON (Brit. J. applied Phys. **7** [1956], 166 to 181).

Most of the octave analyses were taken from the literature or from measurements made by the Building Research Station. The exceptions are the large turbo-

prop airliner at take-off power, all the aircraft at three miles after take-off, the main road traffic (England) and the steam trains (England), all of which were measured by the Ministry of Transport and Civil Aviation. The values in the table are given to the nearest 5 phons and, unless otherwise stated, refer to the long-term average.

(Received 2nd February, 1957.)

Das „Flex a tone“ und die „Singende Säge“

von K. GENTIL

Das „Flex a tone“ (von to flex a tone, einen Ton biegen) ist ein aus Amerika zu uns gekommenes Musikinstrument, das in der Jazzmusik Verwendung findet. Es beruht auf der physikalisch interessanten Tatsache, daß die Tonhöhe einer schwingenden Platte nicht nur von den Dimensionen und dem Material, sondern auch von der Biegung der Platte abhängt. Diese Erscheinung ist von der „Singenden Säge“ her schon lange bekannt. Sie soll zuerst von Holzfällern in den Wäldern Amerikas als Musikinstrument benutzt worden sein.

Man klemmt den Griff der Säge zwischen die Knie, biegt mit einer Hand das Sägeblatt und streicht es mit einem Violinbogen an der glatten Kante an. Dabei kann man beobachten, daß jeder Ton seine besondere Anstrichstelle hat, daß mit zunehmender Biegung der Ton höher wird und der Schwingungsbauch der Anstrichstelle nach dem gebogenen Ende der Säge zu wandert; siehe Abb. 1 und Abb. 2. Bei der *nicht* gebogenen Säge befindet sich die Anstrichstelle für den Ton c'' in 39 cm, bei der *gebogenen* Säge die Anstrichstelle für den tieferen Ton h'' in 52 cm Entfernung von der Befestigungsstelle des Sägeblattes.

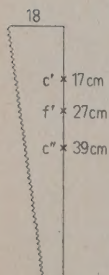


Abb. 1. Singende Säge, am Griff aufgehängt; c' , f' , c'' Anstrichstellen.

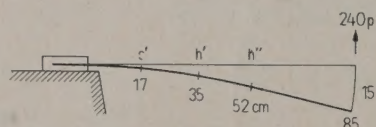


Abb. 2. Singende Säge, Biegung durch Eigengewicht des Sägeblattes, c' , h' , h'' Anstrichstellen, Kraft in Pond (p).

Die Klangfarbe des Sägentones ist vergleichbar mit der Klangfarbe des Geigentones. Eine Aufnahme des Klangspektrums steht noch aus. Doch ist zu vermuten, daß das Sägeblatt mit zahlreichen Partialtönen schwingt. Die Abb. 3 gibt die Klangfigur eines hohen Obertones der singenden Säge wieder. Dabei wurde die Säge horizontal gelagert.

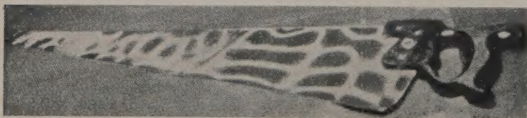


Abb. 3. Singende Säge, Klangfigur eines hohen Partialtones, schwingendes Sägeblatt horizontal gelagert. (Aufn. Verf. aus „F. SCHEMINZKY, Die Welt des Schalls“.)

Zu eingehenderen Untersuchungen eignet sich besser das kleinere „Flex a tone“ (Abb. 4). Das Instrument besteht aus einem leicht biegbaren Stahlblatt B, das durch die Bewegung der Klöppel K_1 und K_2 zum Klingen gebracht wird. Hierbei wird das Instrument am Griff G in die Hand genommen und das Blatt mit dem Daumen an der Stelle D nach unten gebogen. Bei der Erregung der Platte durch die Klöppel entstehen Töne mit zahlreichen Oberschwingungen, die in höheren Lagen dem Ohr unangenehm scharf klingen. Verwendet man dagegen zur Tonerregung einen kurzen Violinbogen, so kann man mit diesem, im Gegensatz zum feststehenden Klöppel, dem wandernden Schwingungsbauch folgen.

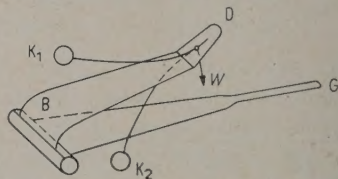


Abb. 4. „Flex a tone“, B schwingendes Blatt, K_1 , K_2 Klöppel, G Griff, W Biegrichtung des Dehnungsmessers.

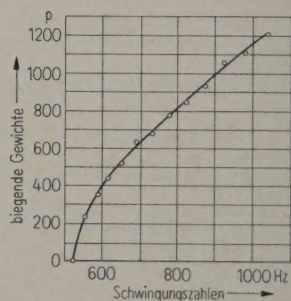


Abb. 5. Abhängigkeit der Schwingungszahl vom biegenden Gewicht für das „Flex a tone“, Kraft in Pond (p).

So wurde die Abhängigkeit der Tonhöhe von der Biegung festgestellt, siehe Abb. 5. Dabei wurden die Töne mit den Tönen einer Geige ($a' = 435$ Hz) verglichen. Von dem Ton $a'' = 870$ Hz ab ist das Abstimmen nicht einfach, da das „Flex a tone“ auf nur geringe Biegungsänderungen mit starken Tonschwankungen reagiert.

Nun schwingt bekanntlich eine Platte auch in Teilen und erzeugt dabei Partialtöne. Diese Obertöne lassen sich auch beim „Flex a tone“ nach Art der Chladnischen Klangfiguren leicht sichtbar machen (Abb. 6).

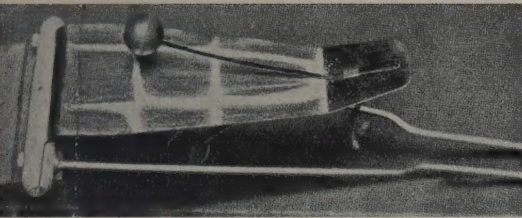


Abb. 6. Chladnische Klangfigur, 3. Teilton, Quinte zur 1. Oktave (wie Abb. 7 c). (Aufn. Verf. aus Unterrichtsblätter f. Math. u. Naturwiss., 1929, S. 216.)

Man bestreut die unbelastete Platte mit feinem Sand und streicht sie an der langen Kante mit einem Violinbogen an. Sie gibt so den Grundton $c''=517$ Hz. Die Anstrichstelle ist für jeden Oberton eine andere. Auch kommt es auf die Stärke des Anstreichens an. Durch Erfahrung und Übung bringt man es dahin, die ersten fünf Teiltöne zu erzeugen, deren Schwingungszahlen im Verhältnis 1 : 2 : 3 : 4 : 5 stehen, Abb. 7.

Erleichtert wird dabei der Versuch durch die Tatsache, daß die Schwingungsfähigkeit der Platte durch

die Befestigung längs einer Kante beeinträchtigt ist. Es treten hierbei nur leichtgebogene Knotenlinien ungefähr parallel der befestigten Kante und Knotenlinien ungefähr parallel den freien Kanten auf (vgl. Abb. 6 mit der schematischen Skizze von Abb. 7!).

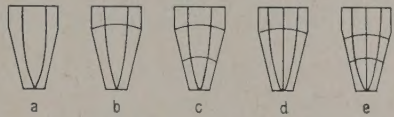


Abb. 7. Chladnische Klangfiguren, schematische Skizze der Knotenlinien;

- a) Grundton.
- b) 1. Oktave des Grundtones.
- c) Quinte der 1. Oktave.
- d) Quarte zur Quinte der 1. Oktave oder 2. Oktave des Grundtones.
- e) große Terz der 2. Oktave.

Wünschenswert wäre neben einer Aufnahme des Klangspektrums eine Untersuchung der Schwingungsform der gebogenen Platte, insbesondere die Beantwortung der Frage, ob das Verhältnis der Schwingungszahlen der Obertöne zum Grundton dabei erhalten bleibt.

(Eingegangen am 20. Februar 1956.)

Irregular diffraction effects of subjects in a free field

by J. Y. MORTON

Post Office Research Station, London, N.W. 2

During recent monaural pure tone calibrations of earphones in a free field, unexpected peaks in the sensitivity frequency characteristics between 1000 and 1500 c/s were observed. In the worst case (Subject A) this peak was +15 dB above the average level for the earphone. To find their cause diffraction measurements were made on 13 subjects. Individuals were seated 4 ft. from and facing a 10 in. loudspeaker in a non-reverberant room, with their hands in their laps. The sound pressure was measured at the entrance to the subject's ear-canal and in the same position in the free field when the subject and his chair had been removed. The mean differences in sound pressure shown in the Table were observed; a positive sign indicates an increase in sound pressure with the subject present.

Subject A gave a 10 dB fall in sound pressure at 1230 c/s which by small movements of his arms when folded across his chest could be reduced to 4 dB. Measurements on three other subjects confirmed that small movements of the arms could produce sound pressure changes at the ear-canal; these were of the order of 2 dB. It was concluded that the loudness experienced by a subject in a free field between 1000 and 1500 c/s might be influenced by the position of his arms and

Table

Frequency in c/s	Sound pressure change in dB
200	+1.4
400	+2.6
600	+2.4
1000	+0.2
1250	-1.8
1500	+4.1
2000	+6.8
3000	+9.3
4000	+7.9

the shape of the top frontal parts of his torso. Following this argument to its logical conclusion, subjects, when making free field loudness assessments, should stand to avoid possible reflections from their thighs, and their arms should not be held in front of the body. Measurements on four subjects standing with their arms folded showed smaller diffraction effects below 1500 c/s than when seated, and with their arms down by their sides showed still smaller effects.

(Received 18th January, 1957.)

Tonmeistertagung 1957 in Detmold

Die Nordwestdeutsche Musikakademie in Detmold beabsichtigt, im Einvernehmen mit der Internationalen Akustischen Kommission (I.C.A.) vom 22. bis 25. Oktober 1957 eine Tonmeistertagung durchzuführen.

Die Referate sollen sich um zwei Schwerpunkte gruppieren:

1. Themen aus dem Bereich der Geistes- und Musikwissenschaft,

2. Physikalische und technische Themen, besonders Fragen der Stereophonie.

Anmeldungen von Referaten werden an

Prof. Dr. E. THIENHAUS,
Nordwestdeutsche Musikakademie,
Detmold,

erbeten. Anmeldungen zur Teilnahme nimmt das Sekretariat der Musikakademie entgegen.

Internationale Fachtagung Bau- und Raumakustik in Dresden

Das Institut für Elektro- und Bauakustik der Technischen Hochschule Dresden veranstaltet vom 5. bis 8. September 1957 in Dresden eine Internationale Fachtagung Bau- und Raumakustik.

Auf dem Programm der Tagung stehen folgende Themen:

1. Bauakustik

- a) Bauakustische Messungen,
- b) Schallisolierende Baukonstruktionen,
- c) Erschütterungsschutz,
- d) Lärmarme Konstruktion von Maschinen, Fahrzeugen, Industrie- und Verkehrsanlagen (einschließlich Luftfahrt),
- e) Lärmschützende Bauplanung.

2. Raumakustik

- a) Nachhallregelung,
- b) Messung, Bewertung und Beeinflussung zeitlicher Rückwurf Folgen,
- c) Messung, Bewertung und Beeinflussung der Diffusität,
- d) Pseudo-Stereophonie,
- e) Echte Stereophonie.

Alle Interessenten haben die Möglichkeit, ihre Anschrift dem Organisationskomitee zur Vorbereitung der Internationalen Fachtagung Bau- und Raumakustik, Dresden-A. 27, Helmholtz-Straße 18, mitzuteilen, so daß ihnen — soweit nicht bereits geschehen — Einladungen zugesandt werden können.

Buchbesprechungen

R. FELDTKELLER und E. ZWICKER, *Das Ohr als Nachrichtenempfänger*. S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1956, VIII, 90 Seiten, 80 Bilder, 15,5 cm × 23,5 cm, Ganzleinen DM 14,—.

Die Güte einer Schallübertragung, insbesondere die auftretende Verzerrung, kann nur beurteilt werden, wenn die Eigenschaften des schließlich maßgebenden Endgliedes der Kette, des Gehörs, im einzelnen bekannt sind. Die Verfasser wirkten in den letzten Jahren sehr maßgebend an der Ermittlung dieser Eigenschaften mit. Sie haben das Hören von Tönen und Geräuschen systematisch untersucht und durch konsequente Ausbildung der Versuche in der Weise, daß der Beobachter nur zwischen Hören und Nicht hören zu entscheiden hat, sehr genaue Ergebnisse gewonnen. Der Niederschlag dieser Untersuchungen ist das vorliegende Büchlein. Es beschränkt sich in bemerkenswerter Geschlossenheit auf die Darstellung des am besten geklärten Gebietes, nämlich des Hörens von langdauernden Tönen und Geräuschen, und verzichtet auf die Behandlung von Kurztönen, Ein- und Ausschaltvorgängen und Verzerrungen. Während in den ersten drei Kapiteln (Hörbarkeitsgrenze von Dauerklingen, von Lautstärkeschwankungen und von Tonhöheschwankungen) vorwiegend Meßergebnisse zusammengestellt sind, enthalten die letzten beiden (Tonhöhe, Lautstärke) daneben noch eine Reihe von zwingenden Schlußfolgerungen, die neue Aspekte für die Erklärung der so kompliziert erscheinenden Höreindrücke bringen. Insbesondere gehört dazu die genaue Abgrenzung der Frequenzgruppen, innerhalb derer die Kopplung zwischen den Zellen des Corti-Organes wirksam ist und die zugehörigen Schallanteile entsprechend ihrer Energie zum Schalleindruck beitragen, während die Gesamtlautheit additiv aus den Lautheiten der Schallanteile, die auf verschiedene Frequenzgruppen entfallen, gebildet wird. Die große Geschlossenheit und die vorbildliche Klarheit der Darstellung machen das Werk nicht nur zu einem wertvollen Beitrag zur Klärung des Hörvorganges, sondern auch zu einem ausgezeichneten Lehrbuch. Es sei allen Nachrichtentechnikern, Akustikern und Otologen wärmstens empfohlen.

K. TAMM

W.-D. KEIDEL, *Vibrationsreception, der Erschütterungssinn des Menschen*. Erlanger Forschungen, Reihe B: Naturwissenschaften, Band 2. Verlag des Universitätsbundes Erlangen e.V., 1956, 154 Seiten, 81 Bilder, 17 Tabellen, 17 cm × 23,5 cm, kartoniert DM 16,80.

Der Verfasser legt mit obigem Buch eine Monographie des Gebietes der Vibrationsreception vor, wobei er in dieses Gebiet grundsätzlich alle Möglichkeiten des menschlichen Körpers einschließt, mechanische Schwingungen sinnlich wahrzunehmen, die sich nicht des Ohres als Empfangsorgan bedienen. Insbesondere werden jedoch diejenigen Reize betrachtet, die über Medien mit hohem Wellenwiderstand, also nicht als Luftschall, auf den Körper ausgeübt werden, wobei sich der Frequenzumfang von Bruchteilen eines Hz bis zu etwa 1000 Hz erstreckt. Da ein spezielles Receptionsorgan nicht existiert, vielmehr sich Rezeptoren in der ganzen Körperoberfläche und in einem großen Teil der inneren Organe befinden, muß sich die Betrachtung auf alle Arten der Fortleitung von Schwingungsenergie im Körper, d. h. auf alle Wellentypen in flüssigen und festen Medien erstrecken.

Im einzelnen gliedert sich das Buch wie folgt: Es werden zunächst die „physikalischen Eigenschaften des Antransportorgans“, also des menschlichen Körpers, behandelt, beginnend mit der Reizphysik über Impedanz-Betrachtungen, Gewebeelastizität und Absorption bis zu Modellen für die Ausbreitung von Hautwellen. Es folgt dann die „Anatomie der Rezeptoren“, die „Gesetzmäßigkeiten der Receptor-Faser-Einheit“, die „Schwellen als Empfindungsmaße“, wobei Absolutschwellen und Unterschiedsschwellen in Abhängigkeit von allen interessierenden Parametern, Verdeckung, Richtungsempfindung usw. behandelt werden, und schließlich die „zentrale Verarbeitung“.

Eine umfangreiche Literaturzusammenstellung beschließt den Band, mit dem sein Verfasser einen umfassenden Überblick über dieses sehr komplexe Grenzgebiet gibt, wie er in Deutschland wohl nur von einem Angehörigen des Erlanger Institutes von O. F. RANKE gegeben werden kann.

G. KURTZE